최상위 수학 중 2-2

정답과 풀이

1 삼각형의 성질

1 STEP 주제별 실력다지기

7~15쪽

1 3	2 5		
3 (가) $\overline{AB}=\overline{AC}$	(나) $\angle B=\angle C$	(다) $\overline{AD}$	(라) $\triangle ABD\equiv\triangle ACD$
4 풀이 참조	5 풀이 참조	6 ㄱ, ㄷ, ㄹ	7 $44°$
8 $43°$	9 $65°$	10 $124°$	11 $15°$
12 10 cm	13 풀이 참조	14 풀이 참조	15 $55°$
16 6 cm	17 $\frac{32}{3}$ cm^2	18 38	
19 풀이 참조	20 $14°$	21 $90°$	22 $40°$
23 $110°$	24 풀이 참조	25 $90°$	26 $45°$
27 $192°$	28 $10°$	29 $70°$	
30 9π cm^2	31 3	32 84π	
33 15 cm^2	34 $\frac{6}{5}$ cm	35 $\frac{2S}{a}$	36 8 cm
37 풀이 참조	38 8 cm^2	39 ①, ③	40 5 cm^2

1 (i) $2x$가 가장 긴 변의 길이이면

$2x<2+6$ $\quad\therefore x<4$

(ii) 6이 가장 긴 변의 길이이면

$6<2x+2$ $\quad\therefore x>2$

(i), (ii)에서 $2<x<4$이므로 자연수 x의 값은 3이다.

2 (i) $2x$가 가장 긴 변의 길이이면

$2x<6+2+3$ $\quad\therefore x<\frac{11}{2}$

(ii) 6이 가장 긴 변의 길이이면

$6<2x+3+2$ $\quad\therefore x>\frac{1}{2}$

(i), (ii)에서 $\frac{1}{2}<x<\frac{11}{2}$이므로 자연수 x는 1, 2, 3, 4, 5이다.

따라서 자연수 x의 개수는 5이다.

3 [가정] $\boxed{(가)\ \overline{AB}=\overline{AC}}$

[결론] $\boxed{(나)\ \angle B=\angle C}$

[증명] $\angle A$의 이등분선과 $\overline{BC}$와의 교점을 D라 하면

$\triangle ABD$와 $\triangle ACD$에서

$\boxed{(가)\ \overline{AB}=\overline{AC}}$ (가정) …… ㉠

$\angle BAD=\angle CAD$ …… ㉡

$\boxed{(다)\ \overline{AD}}$는 공통 …… ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의하여

$\boxed{(라)\ \triangle ABD\equiv\triangle ACD}$ (SAS 합동)

$\therefore$ $\boxed{(나)\ \angle B=\angle C}$

4 $\triangle ABD$와 $\triangle ACD$에서

$\overline{AB}=\overline{AC}$ (가정) …… ㉠

$\angle BAD=\angle CAD$ (가정) …… ㉡

$\overline{AD}$는 공통 …… ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의하여

$\triangle ABD\equiv\triangle ACD$ (SAS 합동)

$\therefore \overline{BD}=\overline{CD}$ …… ㉣

그런데 $\angle ADB=\angle ADC$이고

$\angle ADB+\angle ADC=180°$이므로

$\angle ADB=\angle ADC=90°$, 즉 $\overline{AD}\perp\overline{BC}$ …… ㉤

㉣, ㉤에서

$\overline{BD}=\overline{CD}$, $\overline{AD}\perp\overline{BC}$

5 $\triangle ACD$와 $\triangle BCE$에서

$\triangle ABC$가 정삼각형이므로 $\overline{AC}=\overline{BC}$ …… ㉠

$\triangle ECD$가 정삼각형이므로 $\overline{CD}=\overline{CE}$ …… ㉡

$\angle ACD=\angle BCE=120°$ …… ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의하여

$\triangle ACD\equiv\triangle BCE$ (SAS 합동)

$\therefore \overline{AD}=\overline{BE}$

6 $\triangle EBC$와 $\triangle DCB$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{AD}=\overline{AE}$이므로

ㄱ. $\overline{BE}=\overline{AB}-\overline{AE}=\overline{AC}-\overline{AD}=\overline{CD}$,

$\angle EBC=\angle DCB$, $\overline{BC}$는 공통이므로

$\triangle EBC\equiv\triangle DCB$ (SAS 합동)

즉, ㄷ. $\overline{BD}=\overline{CE}$, ㄹ. $\angle ECB=\angle DBC$

ㄴ. $\triangle ABD\equiv\triangle ACE$이므로 $\angle EBD=\angle DCE$

$\angle EBD$와 $\angle DBC$의 크기가 같은지 알 수 없다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.

7 $\angle ABD=\angle CBD=\angle x$라 하면

$\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\angle C=2\angle x$

그런데 $\angle DBC + \angle C = \angle ADB$이므로

$\angle x + 2\angle x = 102^\circ$, $\angle x = 34^\circ$

$\therefore\ \angle A = 180^\circ - (102^\circ + 34^\circ) = 44^\circ$

8 △ABC에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$이므로

$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 48^\circ) = 66^\circ$

$\therefore\ \angle CBD = \frac{1}{2} \times 66^\circ = 33^\circ$

$\angle ACD = \frac{1}{3}\angle ACE$

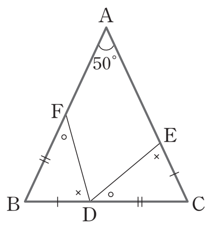
$= \frac{1}{3} \times (180^\circ - 66^\circ) = 38^\circ$

따라서 △BCD에서

$\angle D = 180^\circ - (\angle CBD + \angle ACB + \angle ACD)$

$= 180^\circ - (33^\circ + 66^\circ + 38^\circ) = 43^\circ$

9 $\overline{AB} = \overline{AC}$이므로



$\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 50^\circ)$

$= 65^\circ$ …… ㉠

$\overline{BF} = \overline{CD}$ …… ㉡

$\overline{BD} = \overline{CE}$ …… ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의하여

△FBD≡△DCE (SAS 합동)

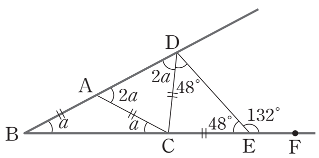
따라서 $\angle BFD = \angle CDE$이므로

$\angle FDE = 180^\circ - (\angle BDF + \angle CDE)$

$= 180^\circ - (\angle BDF + \angle BFD)$

$= \angle B = 65^\circ$

10 △CDE는 $\overline{CD} = \overline{CE}$인 이등변삼각형이므로



$\angle CDE = \angle CED = 48^\circ$

$\angle B = \angle a$라 하면

$\angle a + 2\angle a + 48^\circ = 132^\circ$

$3\angle a = 84^\circ$

$\therefore\ \angle a = 28^\circ$

$\therefore\ \angle BAC = 180^\circ - 2\angle a = 180^\circ - 2 \times 28^\circ = 124^\circ$

11 △ABE와 △ACD에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle B = \angle C$, $\overline{BE} = \overline{AB} = \overline{AC} = \overline{CD}$이므로

△ABE≡△ACD (SAS 합동)

즉, △ADE에서 $\overline{AE} = \overline{AD}$이므로

$\angle ADE = \angle AED = 65^\circ$이고

$\angle DAE = 180^\circ - (65^\circ + 65^\circ) = 50^\circ$

이때 △ABE에서 $\overline{BE} = \overline{BA}$이므로

$\angle BAE = \angle AEB = 65^\circ$

$\therefore\ \angle BAD = \angle BAE - \angle DAE = 65^\circ - 50^\circ = 15^\circ$

12 △ABE에서 $\angle BEC = 90^\circ$, $\angle A = 45^\circ$이므로

$\overline{AE} = \overline{BE}$

△AFE와 △ADC에서

$\angle AFE + \angle FAE = \angle ACD + \angle FAE = 90^\circ$이므로

$\angle AFE = \angle ACD$

이때 △AEF와 △BEC에서

$\angle AEF = \angle BEC = 90^\circ$, $\overline{AE} = \overline{BE}$, $\angle AFE = \angle BCE$,

$\angle EAF = 90^\circ - \angle AFE = 90^\circ - \angle BCE = \angle EBC$이므로

△AEF≡△BEC (ASA 합동)

$\therefore\ \overline{AF} = \overline{BC} = 7 + 3 = 10(\text{cm})$

13 △ABC와 △DEF에서

$\angle C = \angle F = 90^\circ$ (가정)

$\angle B = \angle E$ (가정) …… ㉠

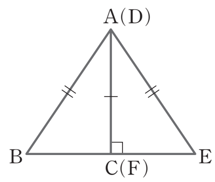
$\angle A = 90^\circ - \angle B = 90^\circ - \angle E = \angle D$ …… ㉡

$\overline{AB} = \overline{DE}$ (가정) …… ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의하여

△ABC≡△DEF (ASA 합동)

14 △ABC와 △DEF에서



오른쪽 그림과 같이 두 변 AC와 DF가 겹쳐지도록 놓으면

$\overline{AC}$는 공통 …… ㉠

$\angle ACB + \angle ACE = 90^\circ + 90^\circ$

$= 180^\circ$

이므로 세 점 B, C(F), E는 한 직선 위에 있다.

$\overline{AB} = \overline{DE}$ (가정) …… ㉡

이므로 △ABE는 이등변삼각형이다.

즉, $\angle B = \angle E$ (밑각)

$\angle ACB = \angle ACE = 90^\circ$이므로

$\angle BAC = 90^\circ - \angle B = 90^\circ - \angle E$

$= \angle EAC(\angle EDF)$ …… ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의하여

△ABC≡△DEF (SAS 합동)

다른 풀이

위의 과정에서 $\angle B = \angle E$이므로

△ABC≡△DEF (RHA 합동)

TIP 두 직각삼각형으로 이등변삼각형을 만들어 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 서로 같음을 이용한다.

15 △MBD와 △MCE에서

$\angle MDB = \angle MEC = 90^\circ$, $\overline{BM} = \overline{CM}$, $\overline{MD} = \overline{ME}$이므로

△MBD≡△MCE (RHS 합동)

$\therefore\ \angle DBM = \angle ECM$

$\therefore \angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ$

16 $\triangle$BDE와 $\triangle$BCE에서

$\angle BDE=\angle BCE=90^\circ$, $\overline{BE}$는 공통, $\overline{BD}=\overline{BC}$이므로

$\triangle BDE\equiv\triangle BCE$ (RHS 합동)

$\therefore\ \overline{DE}=\overline{CE}$, $\overline{BD}=\overline{BC}=12$ cm

$\therefore$ ($\triangle$ADE의 둘레의 길이)$=\overline{AD}+\overline{AE}+\overline{DE}$

$=\overline{AD}+\overline{AE}+\overline{EC}$

$=\overline{AD}+\overline{AC}$

$=(\overline{AB}-\overline{BD})+\overline{AC}$

$=(13-12)+5=6(\text{cm})$

17 $\triangle$ADE와 $\triangle$ADC에서

$\angle AED=\angle C=90^\circ$, $\overline{AD}$는 공통, $\angle DAE=\angle DAC$이므로

$\triangle ADE\equiv\triangle ADC$ (RHA 합동)

따라서 $\overline{AE}=\overline{AC}=16$ cm이므로

$\overline{BE}=\overline{AB}-\overline{AE}=20-16=4(\text{cm})$

이때 $\overline{DE}=\overline{DC}=x$ cm라 하면

$\overline{BD}=\overline{BC}-\overline{DC}=12-x(\text{cm})$이므로

$\triangle$ABD의 넓이에서

$\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{DE}=\frac{1}{2}\times\overline{BD}\times\overline{AC}$

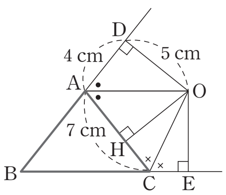
$\frac{1}{2}\times20\times x=\frac{1}{2}\times(12-x)\times16$

$10x=96-8x$, $18x=96$

$\therefore\ x=\frac{16}{3}$

$\therefore\ \triangle BDE=\frac{1}{2}\times\overline{BE}\times\overline{DE}=\frac{1}{2}\times4\times\frac{16}{3}=\frac{32}{3}(\text{cm}^2)$

18 오른쪽 그림과 같이 점 O에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle$ODA와 $\triangle$OHA에서

$\angle ODA=\angle OHA=90^\circ$,

$\overline{OA}$는 공통,

$\angle OAD=\angle OAH$이므로

$\triangle ODA\equiv\triangle OHA$ (RHA 합동)

$\therefore\ \overline{OH}=\overline{OD}=5$ cm

$\therefore\ \triangle OAC=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{OH}=\frac{1}{2}\times7\times5=\frac{35}{2}(\text{cm}^2)$

$\therefore\ a=\frac{35}{2}$

$\triangle$OHC와 $\triangle$OEC에서

$\angle OHC=\angle OEC=90^\circ$, $\overline{OC}$는 공통,

$\angle OCH=\angle OCE$이므로

$\triangle OHC\equiv\triangle OEC$ (RHA 합동)

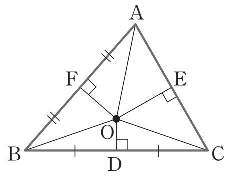
$\therefore\ \overline{CE}=\overline{CH}$

또, $\overline{AH}=\overline{AD}=4$ cm이므로

$\overline{CE}=\overline{CH}=\overline{AC}-\overline{AH}=7-4=3(\text{cm})$ $\qquad\therefore\ b=3$

$\therefore\ 2a+b=2\times\frac{35}{2}+3=38$

19 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$를 그으면



$\triangle$OAF와 $\triangle$OBF에서

$\overline{AF}=\overline{BF}$, $\angle OFA=\angle OFB=90^\circ$,

$\overline{OF}$는 공통이므로

$\triangle OAF\equiv\triangle OBF$ (SAS 합동)

$\therefore\ \overline{OA}=\overline{OB}$

$\triangle$OBD와 $\triangle$OCD에서

$\overline{BD}=\overline{CD}$, $\angle ODB=\angle ODC=90^\circ$, $\overline{OD}$는 공통이므로

$\triangle OBD\equiv\triangle OCD$ (SAS 합동)

$\therefore\ \overline{OB}=\overline{OC}$

$\triangle$OAE와 $\triangle$OCE에서

$\overline{OA}=\overline{OC}$, $\angle OEA=\angle OEC=90^\circ$, $\overline{OE}$는 공통이므로

$\triangle OAE\equiv\triangle OCE$ (RHS 합동)

$\therefore\ \overline{AE}=\overline{CE}$

20 점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로

$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}$

$\angle MCB=\angle B=52^\circ$

$\triangle$HBC에서

$\angle HCB=180^\circ-(90^\circ+52^\circ)=38^\circ$

$\therefore\ \angle MCH=\angle MCB-\angle HCB=52^\circ-38^\circ=14^\circ$

21 점 O가 $\triangle$ABC의 외심이므로

$\angle OBA=\angle OAB=\angle x$

$\angle OCB=\angle OBC=\angle y$

$\angle OAC=\angle OCA=\angle z$

따라서 $\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$에서

$2\angle x+2\angle y+2\angle z=180^\circ$, $2(\angle x+\angle y+\angle z)=180^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y+\angle z=90^\circ$

22 점 O는 $\triangle$ABC의 외심이므로

$\angle BOC=2\angle A=80^\circ$

$\triangle$OBC에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\angle OBC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-80^\circ)=50^\circ$

또, 점 O′은 $\triangle$OBC의 외심이므로

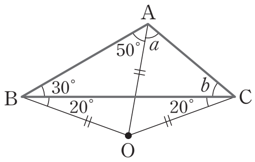
$\angle BO'C=2\angle BOC=2\times80^\circ=160^\circ$

$\triangle$O′BC에서 $\overline{O'B}=\overline{O'C}$이므로

$\angle O'BC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-160^\circ)=10^\circ$

$\therefore\ \angle OBO'=50^\circ-10^\circ=40^\circ$

23 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OC}$를 그으면 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$



$\triangle OAB$에서

$\angle OAB=\angle OBA=50°$

$\angle OAC=\angle a$, $\angle ACB=\angle b$라 하면

$\triangle ABC$에서

$\angle a+\angle b=180°-(30°+50°)=100°$ ······ ㉠

$\triangle OBC$에서 $\angle OCB=\angle OBC=20°$

$\triangle OCA$에서 $\angle OAC=\angle OCA$이므로

$\angle a=\angle b+20°$ ······ ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면 $2\angle b+20°=100°$이므로

$2\angle b=80°$ $\quad\therefore\ \angle b=40°$

$\angle a=40°+20°=60°$

$\therefore\ \angle A=50°+60°=110°$

다른 풀이

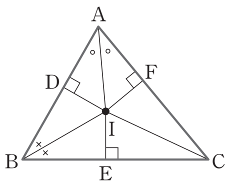
$\triangle OBC$가 이등변삼각형이므로

$\angle BOC=180°-2\times 20°=140°$

이때 점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\angle A=\dfrac{1}{2}\times(360°-140°)=110°$

24 오른쪽 그림과 같이 점 I에서 세 변 AB, BC, CA에 내린 수선을 발을 각각 D, E, F라 하면



$\triangle AID$와 $\triangle AIF$에서

$\angle ADI=\angle AFI=90°$,

$\angle IAD=\angle IAF$, $\overline{AI}$는 공통이므로

$\triangle AID\equiv\triangle AIF$ (RHA 합동)

$\therefore\ \overline{ID}=\overline{IF}$

$\triangle BID$와 $\triangle BIE$에서

$\angle BDI=\angle BEI=90°$, $\angle IBD=\angle IBE$, $\overline{BI}$는 공통이므로

$\triangle BID\equiv\triangle BIE$ (RHA 합동)

$\therefore\ \overline{ID}=\overline{IE}$

$\triangle CIE$와 $\triangle CIF$에서

$\overline{IE}=\overline{IF}$, $\angle CEI=\angle CFI=90°$, $\overline{CI}$는 공통이므로

$\triangle CIE\equiv\triangle CIF$ (RHS 합동)

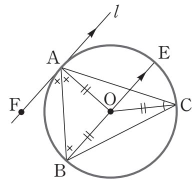
따라서 $\angle ICE=\angle ICF$이므로 $\angle ICA=\angle ICB$

25 점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\overline{AI}$, $\overline{BI}$, $\overline{CI}$는 각각 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$의 이등분선이다.

$$\begin{aligned}\therefore\ \angle x+\angle y+\angle z&=\frac{1}{2}\angle A+\frac{1}{2}\angle B+\frac{1}{2}\angle C\\&=\frac{1}{2}(\angle A+\angle B+\angle C)\\&=\frac{1}{2}\times 180°=90°\end{aligned}$$

26 오른쪽 그림과 같이 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로



점 O에서 세 꼭짓점 A, B, C를 잇는 선분을 각각 그으면 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이고

$\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OAC$는 모두 이등변삼각형이다.

즉, $\angle BAF=\angle ABO$ (엇각)$=\angle BAO$이고

$\angle OAF=90°$이므로

$\angle BAF=\angle ABO=\angle BAO=45°$

$\triangle ABC$에서

$2\times 45°+2\angle OCA+2\angle OCB=180°$이므로

$2(\angle OCA+\angle OCB)=90°$

$\angle OCA+\angle OCB=45°$

$\therefore\ \angle ACB=45°$

다른 풀이

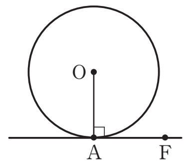
$\triangle OAB$에서 $\angle AOB=180°-2\times 45°=90°$이므로

$\angle ACB=\dfrac{1}{2}\angle AOB=\dfrac{1}{2}\times 90°=45°$

TIP 원의 접선의 성질

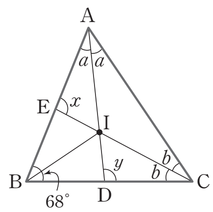
오른쪽 그림과 같이 원과 오직 한 점에서만 만나는 직선을 접선이라 한다. 접선이 원과 만나는 점, 즉 접점을 A라 할 때, $\overline{OA}$와 접선은 서로 수직이다.

즉, 접선 위의 한 점 F에 대하여 $\angle OAF=90°$이다.



27 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BI}$를 그으면

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로



$\angle IBC=\dfrac{1}{2}\angle ABC=\dfrac{1}{2}\times 68°=34°$

$\angle BAI=\angle CAI=\angle a$,

$\angle ICB=\angle ICA=\angle b$라 하면

$\angle a+34°+\angle b=90°$ $\quad\therefore\ \angle a+\angle b=56°$

$\triangle BCE$에서 $\angle x=68°+\angle b$

$\triangle ABD$에서 $\angle y=\angle a+68°$

$$\begin{aligned}\therefore\ \angle x+\angle y&=(\angle b+68°)+(\angle a+68°)\\&=\angle a+\angle b+136°\\&=56°+136°=192°\end{aligned}$$

다른 풀이

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle AIC=90°+\dfrac{1}{2}\angle B=90°+34°=124°$

$\angle DIE=\angle AIC=124°$ (맞꼭지각)

따라서 □BDIE에서

$68°+(180°-\angle x)+124°+(180°-\angle y)=360°$

$\therefore\ \angle x+\angle y=192°$

28 점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle BAC=110^\circ$

$\frac{1}{2}\angle BAC=20^\circ \qquad \therefore \angle BAC=40^\circ$

$\therefore \angle BAI=\frac{1}{2}\angle BAC=\frac{1}{2}\times 40^\circ=20^\circ \qquad \cdots\cdots$ ㉠

점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\angle BOC=2\angle BAC=2\times 40^\circ=80^\circ$이고,

$\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\angle OBC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-80^\circ)=50^\circ$

$\therefore \angle OBA=\angle ABC-\angle OBC=60^\circ-50^\circ=10^\circ$

이때 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle OAB=\angle OBA=10^\circ \qquad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서

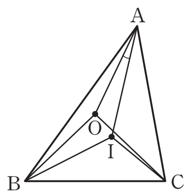
$\angle OAI=\angle BAI-\angle OAB$

$=20^\circ-10^\circ=10^\circ$

TIP 삼각형의 외심과 내심에 의해 만들어지는 각의 크기

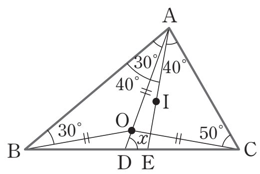
$\triangle ABC$에서 점 O는 외심, 점 I는 내심일 때,

$\angle OAI=\frac{1}{2}\angle A+(\angle B$ 또는 $\angle C$ 중 큰 각$)-90^\circ$



29 오른쪽 그림과 같이

$\overline{BO}$, $\overline{CO}$를 그으면



점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\angle ABO=\angle BAO=30^\circ$이고

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle BAI=\angle CAI=40^\circ$

$\therefore \angle OAI=40^\circ-30^\circ=10^\circ$

즉, $\angle ACO=\angle CAO=10^\circ+40^\circ=50^\circ$

$\triangle ABC$에서 $2\times 30^\circ+2\times 50^\circ+2\angle OBC=180^\circ$이므로

$\angle OBC=10^\circ$

따라서 $\triangle ABD$에서

$\angle x=30^\circ+(30^\circ+10^\circ)=70^\circ$

30 $\triangle ABC$의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\triangle ABC=\frac{r}{2}\times(8+15+17)=\frac{1}{2}\times 15\times 8$

$20r=60 \qquad \therefore r=3$

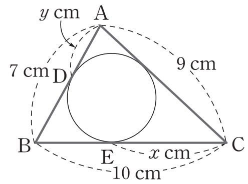
$\therefore$ (내접원의 넓이)$=\pi\times 3^2=9\pi(\text{cm}^2)$

31 $x=\frac{10+9-7}{2}=6$, $y=\frac{7+9-10}{2}=3$

$\therefore x-y=3$

다른 풀이

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$와 내접원의 접점을 각각 D, E라 할 때, $\overline{BD}=\overline{BE}$이므로



$7-y=10-x$

$\therefore x-y=3$

32 $\triangle ABC$의 외접원 O의 반지름의 길이는

$\frac{1}{2}\overline{CA}=\frac{1}{2}\times 20=10$

$\therefore$ (외접원 O의 넓이)$=\pi\times 10^2=100\pi$

$\triangle ABC$의 내접원 I의 반지름의 길이를 r라 하면

$\triangle ABC$에서

$\frac{1}{2}\times r\times(12+16+20)=\frac{1}{2}\times 12\times 16$

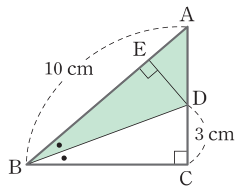
$24r=96 \qquad \therefore r=4$

$\therefore$ (내접원 I의 넓이)$=\pi\times 4^2=16\pi$

따라서 $\triangle ABC$의 외접원 O와 내접원 I의 넓이의 차는

$100\pi-16\pi=84\pi$

33 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 E라 하면



$\triangle BCD$와 $\triangle BED$에서

$\angle BCD=\angle BED=90^\circ$,

$\angle CBD=\angle EBD$,

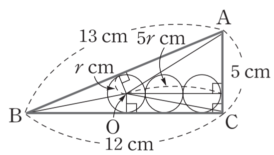
$\overline{BD}$는 공통이므로

$\triangle BCD\equiv\triangle BED$ (RHA 합동)

따라서 $\overline{DE}=\overline{DC}=3$ cm이므로

$\triangle ABD=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{DE}=\frac{1}{2}\times 10\times 3=15(\text{cm}^2)$

34 원의 반지름의 길이를 r cm라 하고, 오른쪽 그림과 같이 가장 왼쪽의 원의 중심을 O라 하면



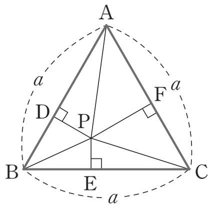
$\triangle ABC=\triangle OAB+\triangle OBC+\triangle OCA$이므로

$\frac{1}{2}\times 12\times 5=\frac{1}{2}\times 13\times r+\frac{1}{2}\times 12\times r+\frac{1}{2}\times 5\times 5r$

$30=25r \qquad \therefore r=\frac{6}{5}$

따라서 원의 반지름의 길이는 $\frac{6}{5}$ cm이다.

35 오른쪽 그림과 같이 점 P와 각 꼭짓점 A, B, C를 잇는 선분을 그으면 정삼각형 ABC의 넓이는 △PAB, △PBC, △PCA의 넓이의 합과 같으므로



$\triangle ABC = S$

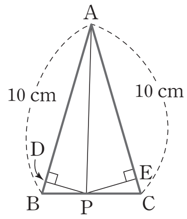
$= \triangle PAB + \triangle PBC + \triangle PCA$

$= \frac{1}{2} \times a \times \overline{PD} + \frac{1}{2} \times a \times \overline{PE} + \frac{1}{2} \times a \times \overline{PF}$

$= \frac{a}{2}(\overline{PD} + \overline{PE} + \overline{PF})$

$\therefore \overline{PD} + \overline{PE} + \overline{PF} = \frac{2S}{a}$

36 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AP}$를 그으면 $\triangle ABC = \triangle PAB + \triangle PAC$ 이므로



$40 = \frac{1}{2} \times 10 \times \overline{PD} + \frac{1}{2} \times 10 \times \overline{PE}$

$40 = 5(\overline{PD} + \overline{PE})$

$\therefore \overline{PD} + \overline{PE} = 8\text{ cm}$

37 $\triangle PBD : \triangle PCD = \overline{BD} : \overline{CD}$에서

$\frac{\triangle PBD}{\triangle PCD} = \frac{\overline{BD}}{\overline{CD}}$ $\quad \therefore \triangle PBD = \frac{\overline{BD}}{\overline{CD}} \times \triangle PCD$

$\triangle QBD : \triangle QCD = \overline{BD} : \overline{CD}$에서

$\frac{\triangle QBD}{\triangle QCD} = \frac{\overline{BD}}{\overline{CD}}$ $\quad \therefore \triangle QBD = \frac{\overline{BD}}{\overline{CD}} \times \triangle QCD$

$\therefore \triangle PBQ = \triangle PBD - \triangle QBD$

$= \frac{\overline{BD}}{\overline{CD}} \times \triangle PCD - \frac{\overline{BD}}{\overline{CD}} \times \triangle QCD$

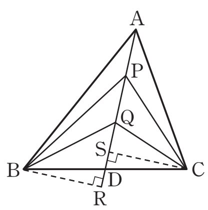
$= \frac{\overline{BD}}{\overline{CD}}(\triangle PCD - \triangle QCD)$

$= \frac{\overline{BD}}{\overline{CD}} \times \triangle PCQ$

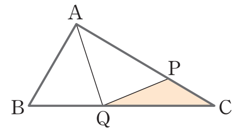
따라서 $\frac{\triangle PBQ}{\triangle PCQ} = \frac{\overline{BD}}{\overline{CD}}$이므로

$\triangle PBQ : \triangle PCQ = \overline{BD} : \overline{CD}$

> **TIP** 밑변의 길이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비
>
> 오른쪽 그림과 같이 두 삼각형 PBQ, PCQ의 밑변은 $\overline{PQ}$로 공통이므로 두 삼각형의 넓이의 비는 높이의 비와 같다. 두 점 B, C에서 직선 AD에 내린 수선의 발을 각각 R, S라 하면
>
> $\triangle PBQ : \triangle PCQ = \overline{BR} : \overline{CS}$
>
> 한편, $\triangle BRD \backsim \triangle CSD$이므로
>
> $\overline{BR} : \overline{CS} = \overline{BD} : \overline{CD}$
>
> $\therefore \triangle PBQ : \triangle PCQ = \overline{BR} : \overline{CS} = \overline{BD} : \overline{CD}$



38 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AQ}$를 그으면 $\overline{BQ} : \overline{QC} = 2 : 3$이므로



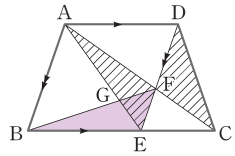
$\triangle ACQ = \frac{3}{5}\triangle ABC$

$= \frac{3}{5} \times 40 = 24(\text{cm}^2)$

또, $\overline{AP} : \overline{PC} = 2 : 1$이므로

$\triangle PQC = \frac{1}{3}\triangle ACQ = \frac{1}{3} \times 24 = 8(\text{cm}^2)$

39 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로



$\triangle AEC = \triangle DEC$

$\therefore \triangle AEF = \triangle AEC - \triangle FEC$

$= \triangle DEC - \triangle FEC$

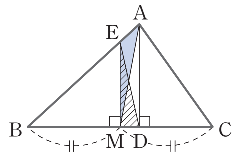
$= \triangle DFC$ ······ ㉠

또, $\overline{AB} /\!/ \overline{DE}$이므로

$\triangle BEF = \triangle AEF$ ······ ㉡

㉠, ㉡에서 $\triangle DFC = \triangle AEF = \triangle BEF$

40 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AM}$을 그으면 $\overline{AD} /\!/ \overline{EM}$이므로



$\triangle DEM = \triangle AEM$

점 M은 $\overline{BC}$의 중점이므로

$\triangle BDE = \triangle BME + \triangle DEM$

$= \triangle BME + \triangle AEM$

$= \triangle ABM = \frac{1}{2}\triangle ABC$

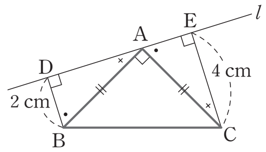
$= \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm}^2)$

2 STEP 실력 높이기

16~20쪽

1 6 cm	**2** $\overline{AE}$	**3** 36°	**4** 58.5°
5 1 : 3	**6** 60 cm^2	**7** 7 cm	
8 $2\angle y-\angle x$	**9** (1) 풀이 참조	(2) 풀이 참조	**10** 15°
11 $\frac{9}{2}$ cm	**12** 25 cm	**13** 14 cm	**14** 120°
15 6 cm	**16** 1 cm	**17** $\frac{3}{2}$ cm^2	**18** 3 cm
19 13 cm	**20** $\frac{abc}{2S}$		

1 △ABD와 △CAE에서



$\overline{AB}=\overline{CA}$ ······ ㉠

$\angle ADB=\angle CEA=90°$ ······ ㉡

$\angle BAD+\angle ABD=90°$, $\angle BAD+\angle CAE=90°$이므로

$\angle ABD=\angle CAE$ ······ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해 △ABD≡△CAE (RHA 합동)

따라서 $\overline{BD}=\overline{AE}$, $\overline{CE}=\overline{AD}$이므로

$\overline{DE}=\overline{AD}+\overline{AE}=\overline{CE}+\overline{BD}=4+2=6$(cm)

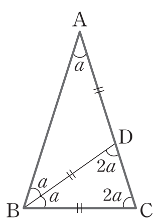
2 $\angle EBD+\angle BED=\angle ABF+\angle AFB=90°$

$\angle EBD=\angle ABF$이므로 $\angle BED=\angle AFE$

∴ $\angle AEF=\angle BED$ (맞꼭지각)

따라서 $\angle AFE=\angle AEF$이므로 △AEF는 이등변삼각형이고 $\overline{AF}=\overline{AE}$

3 오른쪽 그림과 같이 $\angle A=\angle a$라 하면



△ABD가 이등변삼각형이므로

$\angle ABD=\angle A=\angle a$

$\angle BDC=\angle A+\angle ABD=2\angle a$

△BCD도 이등변삼각형이므로

$\angle C=\angle BDC=2\angle a$

△ABC도 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\angle C=2\angle a$

따라서 △ABC에서 $\angle a+2\angle a+2\angle a=180°$이므로

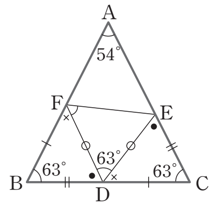
$5\angle a=180°$ ∴ $\angle a=36°$

∴ $\angle A=36°$

4 서술형

표현 단계 이등변삼각형의 성질 및 삼각형의 합동을 이용한다.

변형 단계 △ABC는 이등변삼각형이므로



$\angle B=\angle C$

$=\frac{1}{2}\times(180°-54°)$

$=63°$

즉, △BDF≡△CED (SAS 합동)이므로

$\angle BFD=\angle CDE$, $\angle BDF=\angle CED$

$\angle FDE=180°-(\angle BDF+\angle CDE)$

$=180°-(\angle BDF+\angle BFD)$

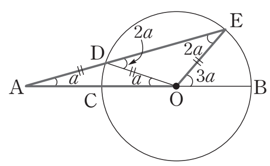
$=63°$

또, $\overline{DF}=\overline{DE}$이므로 △DEF는 이등변삼각형이다.

풀이 단계 ∴ $\angle DFE=\angle DEF=\frac{1}{2}\times(180°-63°)$

확인 단계 $=58.5°$

5 오른쪽 그림과 같이



$\angle DAO=\angle a$라 하면

△DAO가 이등변삼각형이므로

$\angle DOA=\angle DAO=\angle a$

∴ $\angle ODE=\angle DAO+\angle DOA=2\angle a$

△OED는 이등변삼각형이므로

$\angle OED=\angle ODE=2\angle a$

∴ $\angle BOE=\angle EAO+\angle AEO=3\angle a$

호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

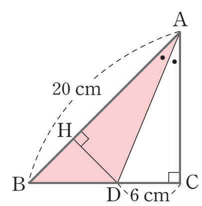
$\overset{\frown}{CD}:\overset{\frown}{BE}=\angle COD:\angle BOE$

$=\angle a:3\angle a=1:3$

6 서술형

표현 단계 직각삼각형의 합동을 이용한다.

변형 단계 점 D에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



△ADH와 △ADC에서

$\angle AHD=\angle ACD=90°$,

$\overline{AD}$는 공통,

$\angle DAH=\angle DAC$이므로

△ADH≡△ADC (RHA 합동)

∴ $\overline{DH}=\overline{DC}=6$ cm

풀이 단계 $\therefore\ \triangle ABD=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{DH}=\frac{1}{2}\times 20\times 6$

확인 단계 $=60(\mathrm{cm}^2)$

7 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-36^\circ)=72^\circ$

$\therefore\ \angle ABD=\frac{1}{2}\times 72^\circ=36^\circ$

$\angle A=\angle DBA=36^\circ$이므로 $\triangle DAB$는 $\overline{DA}=\overline{DB}$인 이등변삼각형이다.

또, $\triangle ABD$에서

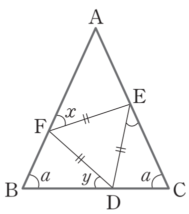
$\angle BDC=\angle A+\angle ABD=36^\circ+36^\circ=72^\circ$

$\angle C=\angle BDC=72^\circ$이므로 $\triangle BDC$는 $\overline{BC}=\overline{BD}$인 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{BC}=\overline{BD}=\overline{AD}=4$ cm이므로

$\overline{AB}=\overline{AC}=\overline{AD}+\overline{CD}=4+3=7(\mathrm{cm})$

8 $\angle B=\angle C=\angle a$라 하면 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로



$\triangle BDF$에서

$\angle x+60^\circ=\angle a+\angle y$ …… ㉠

$\triangle CED$에서

$\angle y+60^\circ=\angle a+\angle CED$ …… ㉡

㉠$-$㉡을 하면

$\angle x-\angle y=\angle y-\angle CED$

$\therefore\ \angle CED=2\angle y-\angle x$

9 (1) $\triangle ABD$와 $\triangle ACE$에서

$\overline{AB}=\overline{AC}$ (가정) …… ㉠

$\angle ADB=\angle AEC=90^\circ$ (가정) …… ㉡

$\angle A$는 공통 …… ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해

$\triangle ABD\equiv\triangle ACE$ (RHA 합동)

$\therefore\ \overline{BD}=\overline{CE}$

(2) (1)에서 $\triangle ABD\equiv\triangle ACE$이므로

$\angle ABD=\angle ACE$ …… ㉣

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle ABC=\angle ACB$ …… ㉤

㉣, ㉤에서

$\angle PBC=\angle ABC-\angle ABD$

$=\angle ACB-\angle ACE=\angle PCB$

따라서 $\triangle PBC$는 이등변삼각형이므로

$\overline{PB}=\overline{PC}$

10 $\angle BOC=2\angle A=2\times 40^\circ=80^\circ$이고, $\triangle OBC$는 이등변삼각형이므로

$\angle OCB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-80^\circ)=50^\circ$ …… ㉠

$\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A=90^\circ+\frac{1}{2}\times 40^\circ=110^\circ$이고,

$\triangle IBC$는 이등변삼각형이므로

$\angle ICB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-110^\circ)=35^\circ$ …… ㉡

㉠, ㉡에서

$\angle OCI=\angle OCB-\angle ICB=50^\circ-35^\circ=15^\circ$

11 $\triangle ABC$가 이등변삼각형이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$이고,

$\angle B=\angle C=\angle x$라 하면

$\triangle CDE$에서 $\angle CDE=90^\circ-\angle x$

$\triangle BEF$에서 $\angle BFE=90^\circ-\angle x$

$\angle AFD=\angle BFE=90^\circ-\angle x$ (맞꼭지각)

따라서 $\angle ADF=\angle AFD$이므로 $\triangle ADF$는 $\overline{AD}=\overline{AF}$인 이등변삼각형이다.

$\overline{AF}=\overline{AD}=a$ cm라 하면

$\overline{AB}=\overline{AC}=a+6(\mathrm{cm})$이므로

$\overline{CD}=\overline{AC}+\overline{AD}=(a+6)+a=15$ $\quad\therefore\ a=\frac{9}{2}$

$\therefore\ \overline{AF}=\frac{9}{2}(\mathrm{cm})$

12 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 2\times(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})=25$

$\therefore\ \overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=25$ cm

따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는 25 cm이다.

13 $\overline{BD}=\frac{\overline{AB}+\overline{BC}-\overline{CA}}{2}$에서

$10=\frac{16+18-\overline{CA}}{2}$, $20=34-\overline{CA}$

$\therefore\ \overline{CA}=14$ cm

다른 풀이

$\overline{AE}=\overline{AF}=\overline{AB}-\overline{BF}=\overline{AB}-\overline{BD}$

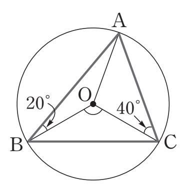
$=16-10=6(\mathrm{cm})$

$\overline{CE}=\overline{CD}=\overline{BC}-\overline{BD}$

$=18-10=8(\mathrm{cm})$

$\therefore\ \overline{CA}=\overline{AE}+\overline{EC}=6+8=14(\mathrm{cm})$

14 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



$\triangle OAB$는 이등변삼각형이므로

$\angle OAB=\angle OBA=20^\circ$

또, $\triangle OCA$는 이등변삼각형이므로

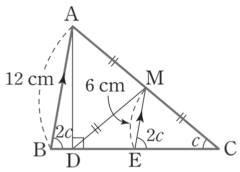
$\angle OAC = \angle OCA = 40^\circ$
따라서 $\angle BAC = \angle OAB + \angle OAC = 20^\circ + 40^\circ = 60^\circ$
이므로
$\angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$

15 서술형

표현 단계 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점임을 이용한다.

변형 단계 $\angle C = \angle c$라 하면

$\angle MEC = \angle B = 2\angle c$
(동위각)
점 M은 $\triangle ADC$의 외심이
므로
$\overline{MD} = \overline{MC}$에서 $\angle MDC = \angle MCD = \angle c$
$\triangle MDE$에서
$\angle MDE + \angle DME = \angle MEC$이므로
$\angle c + \angle DME = 2\angle c$ $\quad \therefore \angle DME = \angle c$



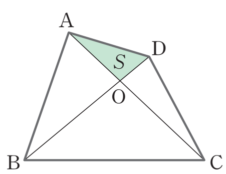
풀이 단계 따라서 $\triangle MDE$는 $\overline{DE} = \overline{ME}$인 이등변삼각형이다.

확인 단계 $\therefore \overline{DE} = \overline{ME} = 6\text{ cm}$

16 $\triangle ABC$의 내접원에서

$\overline{BQ} = \dfrac{\overline{AB} + \overline{BC} - \overline{CA}}{2} = \dfrac{7+5-6}{2} = 3(\text{cm})$
또, $\triangle ABC$에서
($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$= 2\overline{AF}$이므로
$2\overline{AF} = 7+5+6 = 18$ $\quad \therefore \overline{AF} = 9\text{ cm}$
$\therefore \overline{BP} = \overline{BF} = \overline{AF} - \overline{AB} = 9 - 7 = 2(\text{cm})$
$\therefore \overline{PQ} = \overline{BQ} - \overline{BP} = 3 - 2 = 1(\text{cm})$

17 오른쪽 그림과 같이
$\triangle OAD$의 넓이를 S라 하면
$\triangle OAD : \triangle OCD$
$= \overline{AO} : \overline{OC}$
$= \triangle OAB : \triangle OBC$



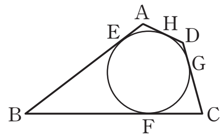
이므로 $S : 2 = 3 : 4$에서 $4S = 6$ $\quad \therefore S = \dfrac{3}{2}\text{ cm}^2$

다른 풀이

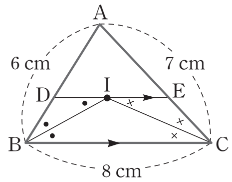
$\triangle OAD : \triangle OAB = \triangle OCD : \triangle OBC$이므로
$S : 3 = 2 : 4$에서 $4S = 6$ $\quad \therefore S = \dfrac{3}{2}\text{ cm}^2$

18 $\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{CD}$에서
$\overline{AD} + 12 = 10 + 5$ $\quad \therefore \overline{AD} = 3\text{ cm}$

TIP 원의 외접사각형의 성질
$\overline{AE} = \overline{AH}$, $\overline{BE} = \overline{BF}$,
$\overline{CG} = \overline{CF}$, $\overline{DG} = \overline{DH}$이므로
$\overline{AB} + \overline{CD} = (\overline{AE} + \overline{BE}) + (\overline{CG} + \overline{DG})$
$= \overline{AH} + \overline{BF} + \overline{CF} + \overline{DH}$
$= (\overline{AH} + \overline{DH}) + (\overline{BF} + \overline{CF})$
$= \overline{AD} + \overline{BC}$



19 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로
$\angle DBI = \angle CBI$, $\angle ECI = \angle BCI$
또, $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$이므로
$\angle CBI = \angle DIB$ (엇각),
$\angle BCI = \angle EIC$ (엇각)



따라서 $\triangle DBI$, $\triangle ECI$는 모두 이등변삼각형이므로
$\overline{DB} = \overline{DI}$, $\overline{EC} = \overline{EI}$
$\therefore$ ($\triangle ADE$의 둘레의 길이)$= \overline{AD} + \overline{DI} + \overline{IE} + \overline{AE}$
$= \overline{AD} + \overline{DB} + \overline{EC} + \overline{AE}$
$= \overline{AB} + \overline{AC}$
$= 6 + 7 = 13(\text{cm})$

20 꼭짓점 O에서 $\triangle ABC$에 내린 수선의 길이를 h라 하고, 사면체 O$-$ABC의 부피 V를 각각 $\triangle OAB$와 $\triangle ABC$를 밑면으로 하여 두 가지 방법으로 구하면
$V = \dfrac{1}{3} \times \left(\dfrac{1}{2} \times \overline{OA} \times \overline{OB}\right) \times \overline{OC}$
$= \dfrac{1}{3} \times \triangle ABC \times h$
$\dfrac{1}{6}abc = \dfrac{1}{3}Sh$ $\quad \therefore h = \dfrac{abc}{2S}$

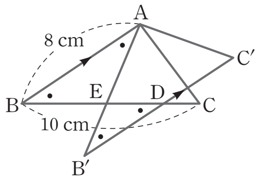
3 STEP

최고 실력 완성하기

21~22쪽

1 8 cm	**2** 15°	**3** $\frac{10}{7}$ cm	**4** 28 cm^2
5 90°	**6** 72 cm^2	**7** 8 cm^2	
8 $y=\frac{4}{7}x-\frac{4}{7}$	**9** $r-d$	**10** 40°	

1 오른쪽 그림에서



$\overline{AB}/\!/\overline{B'C'}$이므로

$\angle BAE=\angle EB'D$,

$\angle ABE=\angle EDB'$

또, $\triangle ABC\equiv\triangle AB'C'$에서

$\angle B=\angle B'$이므로

$\angle B=\angle BAE$, $\angle B'=\angle EDB'$

따라서 $\triangle EAB$와 $\triangle EB'D$는 모두 이등변삼각형이므로

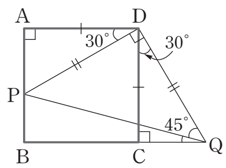
$\overline{AE}=\overline{BE}$, $\overline{EB'}=\overline{ED}$

$\therefore \overline{BD}=\overline{BE}+\overline{ED}=\overline{AE}+\overline{EB'}$

$=\overline{AB'}=\overline{AB}$

$=8\text{ cm}$

2 오른쪽 그림의



$\triangle APD$와 $\triangle CQD$에서

$\overline{DP}=\overline{DQ}$,

$\angle A=\angle DCQ=90^\circ$,

$\overline{DA}=\overline{DC}$이므로

$\triangle APD\equiv\triangle CQD$ (RHS 합동)

즉, $\angle PDC=60^\circ$, $\angle CDQ=\angle ADP=30^\circ$이므로

$\angle PDQ=60^\circ+30^\circ=90^\circ$이고,

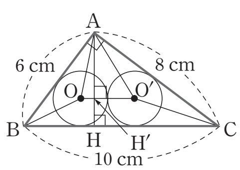
$\overline{DP}=\overline{DQ}$에서 $\triangle DPQ$는 직각이등변삼각형이므로

$\angle DQP=45^\circ$이다.

따라서 $\triangle DCQ$에서 $\angle DQC=60^\circ$이므로

$\angle BQP=60^\circ-45^\circ=15^\circ$

3 오른쪽 그림에서 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\triangle OAB=\frac{1}{2}\times6\times r$

$=3r(\text{cm}^2)$ ...... ㉠

$\triangle O'AC=\frac{1}{2}\times8\times r=4r(\text{cm}^2)$ ...... ㉡

$\square OBCO'=\frac{1}{2}\times(2r+10)\times r$

$=r^2+5r(\text{cm}^2)$ ...... ㉢

$\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}$에서

$\frac{1}{2}\times6\times8=\frac{1}{2}\times10\times\overline{AH}$ $\quad\therefore \overline{AH}=\frac{24}{5}$ cm

즉, $\triangle AOO'=\frac{1}{2}\times2r\times\left(\frac{24}{5}-r\right)$

$=-r^2+\frac{24}{5}r(\text{cm}^2)$ ...... ㉣

㉠, ㉡, ㉢, ㉣에서

$\triangle ABC=\triangle OAB+\triangle O'AC+\square OBCO'+\triangle AOO'$

$=3r+4r+(r^2+5r)+\left(-r^2+\frac{24}{5}r\right)$

$=\frac{84}{5}r(\text{cm}^2)$

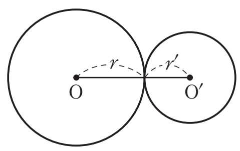
이므로

$\frac{1}{2}\times6\times8=\frac{84}{5}r$, $24=\frac{84}{5}r$

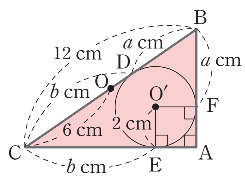
$\therefore r=\frac{10}{7}$

따라서 원의 반지름의 길이는 $\frac{10}{7}$ cm이다.

TIP 오직 한 점에서만 만나는 두 원에 대하여 한 원이 다른 원의 밖에 있는 경우 두 원의 중심 사이의 거리는 두 원의 반지름의 길이의 합과 같다. 즉, 원 O와 원 O′의 반지름의 길이를 각각 r, r'이라 할 때, $\overline{OO'}=r+r'$가 성립한다.



4 오른쪽 그림과 같이



$\overline{BD}=\overline{BF}=a$ cm,

$\overline{CD}=\overline{CE}=b$ cm라 하면

$\square O'EAF$는 정사각형이므로

$\overline{AE}=\overline{AF}=2$ cm

$\overline{BC}=a+b=12(\text{cm})$이므로

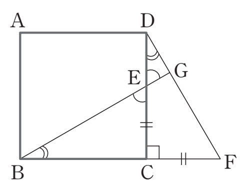
($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$=2(a+b)+4$

$=2\times12+4=28(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times2\times(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})$

$=\frac{1}{2}\times2\times28=28(\text{cm}^2)$

5 오른쪽 그림의 $\triangle BCE$와 $\triangle DCF$에서 $\square ABCD$가 정사각형이므로



$\overline{BC}=\overline{DC}$,

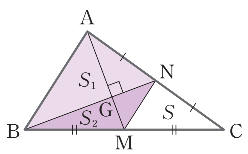
$\angle BCE=\angle DCF=90^\circ$

또, 조건에서 $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로

$\triangle BCE\equiv\triangle DCF$ (SAS 합동) ...... ㉠

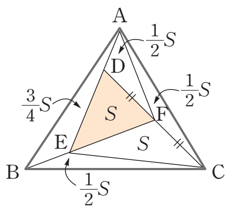
한편, $\angle DEG=\angle BEC$(맞꼭지각)이고
㉠에서 $\angle EBC=\angle EDG$이므로
$\triangle DEG$에서
$\angle DEG+\angle EDG=\angle BEC+\angle EBC=90^\circ$
$\therefore\ \angle DGE=180^\circ-(\angle DEG+\angle EDG)$
$=180^\circ-90^\circ=90^\circ$

6 $\square ABMN=\triangle ABN+\triangle MBN$
$=\frac{1}{2}\times\overline{AG}\times\overline{BN}+\frac{1}{2}\times\overline{MG}\times\overline{BN}$
$=\frac{1}{2}(\overline{AG}+\overline{MG})\times\overline{BN}=\frac{1}{2}\times\overline{AM}\times\overline{BN}$
$=\frac{1}{2}\times 9\times 12=54(\text{cm}^2)$



$\triangle ABN=S_1$, $\triangle MBN=S_2$,
$\triangle CMN=S$라 하면
$\triangle NBC$에서 $\overline{BM}=\overline{MC}$이므로
$S_2 : S=1 : 1$
$\therefore\ S_2=S$ …… ㉠
$\triangle ABC$에서 $\overline{AN}=\overline{NC}$이므로 $S_1 : (S+S_2)=1 : 1$
$\therefore\ S_1=S+S_2$ …… ㉡
㉠을 ㉡에 대입하면 $S_1=2S$
이때 $\square ABMN=S_1+S_2=2S+S=3S=54(\text{cm}^2)$이므로
$S=18\ \text{cm}^2$
$\therefore\ \triangle ABC=\square ABMN+S$
$=54+18=72(\text{cm}^2)$

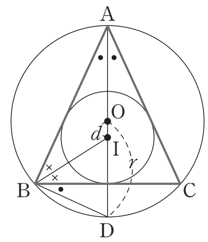
7 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AF}$, $\overline{EC}$를 긋고, $\triangle DEF$의 넓이를 S라 하면



$\triangle FAE$에서
$\triangle FAD : \triangle FDE=\overline{AD} : \overline{DE}$
$=1 : 2$
$\therefore\ \triangle FAD=\frac{1}{2}S$ …… ㉠
$\triangle ADC$에서
$\triangle ADF : \triangle AFC=\overline{DF} : \overline{FC}=1 : 1$
$\therefore\ \triangle AFC=\frac{1}{2}S$ …… ㉡
$\triangle ECD$에서
$\triangle ECF : \triangle EFD=\overline{CF} : \overline{FD}=1 : 1$
$\therefore\ \triangle ECF=S$ …… ㉢
$\triangle ABF$에서
$\triangle ABE : \triangle AEF=\overline{BE} : \overline{EF}=1 : 2$
$\therefore\ \triangle ABE=\frac{1}{2}\triangle AEF=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}S+S\right)=\frac{3}{4}S$ …… ㉣
$\triangle BCF$에서
$\triangle CFE : \triangle CEB=\overline{FE} : \overline{EB}=2 : 1$
$\therefore\ \triangle CEB=\frac{1}{2}S$ …… ㉤
㉠~㉤에서
$\triangle ABC=S+\frac{1}{2}S+\frac{1}{2}S+S+\frac{3}{4}S+\frac{1}{2}S$
$=\frac{17}{4}S=34(\text{cm}^2)$
$\therefore\ \triangle DEF=S=8\ \text{cm}^2$

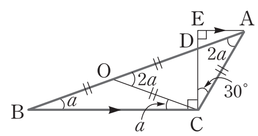
8 $\triangle OAB=\frac{1}{2}\times 4\times 2=4$이므로 $\triangle DCA=2$
점 D의 좌표를 (a, b)라 하면
$\triangle DCA=\frac{1}{2}\times 3\times b=\frac{3}{2}b=2$ $\quad\therefore\ b=\frac{4}{3}$
직선 AB의 방정식은 $y=-2x+8$이고 점 $D\left(a, \frac{4}{3}\right)$가 직선 AB 위에 있으므로
$\frac{4}{3}=-2a+8$, $2a=\frac{20}{3}$ $\quad\therefore\ a=\frac{10}{3}$
따라서 두 점 $C(1, 0)$, $D\left(\frac{10}{3}, \frac{4}{3}\right)$를 지나는 직선의 방정식은
$y=\frac{4}{7}x-\frac{4}{7}$

9 오른쪽 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로



$\angle BAI=\angle CAI$이고,
$\angle CAI=\angle CBD$이므로
$\angle BAI=\angle CBD$ …… ㉠
또, $\angle ABI=\angle IBC$ …… ㉡
한편, $\angle IAB+\angle IBA=\angle BID$이고,
$\angle IBD=\angle IBC+\angle CBD$이므로
㉠, ㉡에서
$\angle IBD=\angle IBC+\angle CBD=\angle ABI+\angle BAI=\angle BID$
따라서 $\triangle DBI$는 $\angle BID=\angle IBD$인 이등변삼각형이다.
$\therefore\ \overline{BD}=\overline{ID}=r-d$

10 오른쪽 그림에서



$\overline{BC}/\!/\overline{EA}$이므로
$\angle DCB=\angle AEC=90^\circ$ (엇각)
점 C와 $\overline{DB}$의 중점 O를 잇는 선분을 그으면 $\triangle DBC$는 직각삼각형이므로 점 O는 $\triangle DBC$의 외심이다.
$\therefore\ \overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OD}$
$\angle OBC=\angle a$라 하면 $\angle OCB=\angle OBC=\angle a$이고
$\overline{DB} : \overline{CA}=2 : 1$에서
$\overline{OC}=\overline{CA}$이므로 $\angle CAO=\angle COA=2\angle a$
따라서 $\triangle ABC$의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로
$2\angle a+\angle a+120^\circ=180^\circ$, $3\angle a=60^\circ$ $\quad\therefore\ \angle a=20^\circ$
$\therefore\ \angle BAC=2\angle a=2\times 20^\circ=40^\circ$

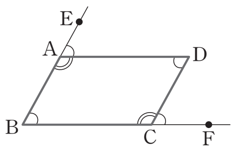
2 사각형의 성질

1 STEP 주제별 실력다지기

25~31쪽

1 풀이 참조	**2** 풀이 참조	**3** 64°	**4** 134°
5 27	**6** 30 cm	**7** 4	**8** 8 cm^2
9 25 cm^2	**10** $(1, -1)$, $(3, 1)$, $(-1, 1)$		
11 120 cm^2	**12** 16 cm^2	**13** $4:5$	
14 120 cm^2	**15** $1:1$	**16** 120°	**17** 63°
18 20 cm^2	**19** $\frac{10}{3}\text{ cm}^2$	**20** 90°	**21** 10 cm
22 (1) 풀이 참조 (2) 풀이 참조 (3) 풀이 참조			
23 (1) 120° (2) $1:1$		**24** 58°	**25** 24 cm^2

1 $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360^\circ$이고



$\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$이므로

$2(\angle A+\angle B)=2(\angle C+\angle D)$

$=360^\circ$

$\therefore \angle A+\angle B=\angle C+\angle D=180^\circ$

즉, $\angle DAB+\angle B=180^\circ$이고,

$\angle DAB+\angle DAE=180^\circ$이므로

$\angle B=\angle DAE$

동위각의 크기가 같으므로

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ ······ ㉠

또, $\angle DCB+\angle B=180^\circ$이고,

$\angle DCB+\angle DCF=180^\circ$이므로

$\angle B=\angle DCF$

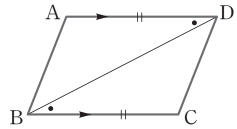
동위각의 크기가 같으므로

$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$ ······ ㉡

㉠, ㉡에서 □ABCD는 평행사변형이다.

TIP 동위각의 크기가 같음을 이용하여 두 직선이 평행함을 확인할 수 있다.

2 오른쪽 그림과 같이 대각선 BD를 그으면 $\triangle ABD$와 $\triangle CDB$에서



$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\angle ADB=\angle CBD$ (엇각) ······ ㉠

$\overline{AD}=\overline{CB}$ (가정) ······ ㉡

$\overline{BD}$는 공통 ······ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\triangle ABD\equiv\triangle CDB$ (SAS 합동)

$\therefore \angle ABD=\angle CDB$

즉, 엇각의 크기가 같으므로 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$이다.

따라서 □ABCD는 평행사변형이다.

3 평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같다.

$\angle ABC=\angle D=52^\circ$

$\angle CBF=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times52^\circ=26^\circ$

$\triangle BCF$에서 $\angle BCF=180^\circ-(26^\circ+90^\circ)=64^\circ$

또 $\angle D+\angle BCD=180^\circ$이므로

$52^\circ+(64^\circ+\angle DCF)=180^\circ$

$\therefore \angle DCF=64^\circ$

4 $\angle AFB=180^\circ-136^\circ=44^\circ$이므로

$\angle EBF=\angle AFB=44^\circ$ (엇각)

$\therefore \angle ABE=2\angle EBF=2\times44^\circ=88^\circ$

또 $\angle BAF+\angle ABE=180^\circ$이므로

$\angle BAF=180^\circ-88^\circ=92^\circ$

$\therefore \angle BAE=\frac{1}{2}\angle BAF=\frac{1}{2}\times92^\circ=46^\circ$

따라서 $\triangle ABE$에서

$\angle x=\angle BAE+\angle ABE=46^\circ+88^\circ=134^\circ$

5 □ABCD가 평행사변형이므로

$\overline{OA}=\overline{OC}$ ······ ㉠

□OCDE가 평행사변형이므로

$\overline{OC} /\!/ \overline{DE}$, $\overline{OC}=\overline{DE}$ ······ ㉡

㉠, ㉡에서 $\overline{OA}=\overline{DE}$, $\overline{OA} /\!/ \overline{DE}$이므로 □ODEA는 평행사변형이다.

즉, $\overline{OF}=\overline{EF}$, $\overline{AF}=\overline{DF}$이므로

$\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{EO}=\frac{1}{2}\overline{DC}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times12=6$

$\overline{DF}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times20=10$

따라서 $\triangle DEF$의 둘레의 길이는

$\overline{EF}+\overline{DF}+\overline{DE}=6+10+11=27$

6 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle BEA=\angle DAE$ (엇각)

$\angle B=60^\circ$이므로 $\triangle BEA$는 정삼각형이다.

즉, $\overline{BE}=\overline{AE}=\overline{AB}=12\text{ cm}$이고

$\overline{BC}=\overline{AD}=15\text{ cm}$이므로 $\overline{EC}=\overline{BC}-\overline{BE}=3(\text{cm})$

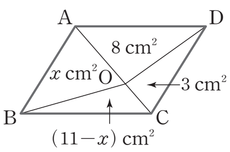
$\angle ECF = \angle EAF = 60^\circ$이고, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로
$\angle CFD = \angle FCE = 60^\circ$ (엇각), $\angle AEC = \angle AFC = 120^\circ$
따라서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 $\square AECF$는 평행사변형이다.
($\square AECF$의 둘레의 길이)$= 2 \times (12+3) = 30(\mathrm{cm})$

다른 풀이

$\angle BAD + \angle B = 180^\circ$이므로
$\angle BAD = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$
또, $\angle BAE = \angle FAE = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$
즉, $\triangle ABE$는 정삼각형이므로
$\overline{BE} = \overline{AE} = \overline{AB} = 12\ \mathrm{cm}$
$\therefore\ \overline{EC} = \overline{BC} - \overline{BE} = 15 - 12 = 3(\mathrm{cm})$
같은 방법으로 하면 $\triangle CDF$도 정삼각형이고
$\overline{CD} = \overline{AB} = 12\ \mathrm{cm}$이므로 $\overline{DF} = \overline{FC} = \overline{CD} = 12\ \mathrm{cm}$
$\overline{AF} = \overline{AD} - \overline{DF} = 15 - 12 = 3(\mathrm{cm})$
따라서 $\square AECF$의 둘레의 길이는
$\overline{AE} + \overline{EC} + \overline{CF} + \overline{AF} = 12 + 3 + 12 + 3 = 30(\mathrm{cm})$

7 $\overline{AF} /\!/ \overline{CD}$이므로 $\angle BFC = \angle DCF$ (엇각)
이때 $\angle BFC = \angle BCF$이므로
$\triangle BCF$는 $\overline{BC} = \overline{BF}$인 이등변삼각형이다.
$\therefore\ \overline{AF} = \overline{BF} - \overline{BA} = 6 - 4 = 2(\mathrm{cm})$
또, $\overline{ED} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle DEC = \angle BCE$(엇각)이고,
$\angle AEF = \angle DEC$ (맞꼭지각)
$\therefore\ \angle AEF = \angle AFE$
따라서 $\triangle AEF$는 $\overline{AE} = \overline{AF}$인 이등변삼각형이므로
$\overline{AE} = \overline{AF} = 2\ \mathrm{cm}$
$\therefore\ \overline{DE} = \overline{AD} - \overline{AF} = 6 - 2 = 4(\mathrm{cm})$
$\therefore\ x = 4$

8 평행사변형의 한 대각선은 평행사변형의 넓이를 이등분하므로
$\triangle ABC = \triangle ACD = \triangle OAD + \triangle OCD$
$= 8 + 3 = 11(\mathrm{cm}^2)$
이때 $\triangle OAB$의 넓이를 $x\ \mathrm{cm}^2$라 하면
$\triangle OBC = (11 - x)\ \mathrm{cm}^2$

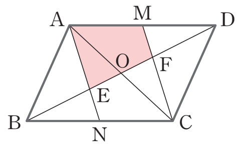


또, 평행사변형 ABCD에서
$\triangle OAB + \triangle OCD = \triangle OAD + \triangle OBC$이므로
$x + 3 = 8 + (11 - x)$, $2x = 16$ $\quad \therefore\ x = 8$
따라서 $\triangle OAB$의 넓이는 $8\ \mathrm{cm}^2$이다.

다른 풀이

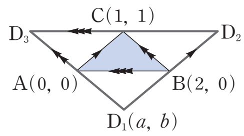
$\triangle OAB$와 $\triangle OAD$의 밑변은 $\overline{AO}$로 공통이고
두 점 B, D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 길이는 같으므로
$\triangle OAB = \triangle OAD = 8\ \mathrm{cm}^2$

9 오른쪽 그림에서 $\overline{AM} /\!/ \overline{NC}$이고
$\overline{AM} = \overline{NC}$이므로 $\square ANCM$은 평행사변형이다.



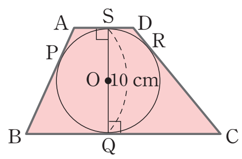
$\therefore\ \overline{AN} /\!/ \overline{MC}$
$\square ABCD$의 두 대각선의 교점을 O라 하면
$\triangle AOE$와 $\triangle COF$에서
$\overline{AO} = \overline{CO}$, $\angle AOE = \angle COF$(맞꼭지각),
$\angle OAE = \angle OCF$(엇각)
이므로 $\triangle AOE \equiv \triangle COF$ (ASA 합동)
$\therefore\ \square AEFM = \triangle AOE + \square AOFM$
$= \triangle COF + \square AOFM$
$= \triangle ACM = \frac{1}{2} \triangle ACD$
$= \frac{1}{4} \square ABCD = \frac{1}{4} \times 100 = 25(\mathrm{cm}^2)$

10 오른쪽 그림과 같이 $\triangle ABC$의 각 꼭짓점 A, B, C에서 각 대변에 평행한 직선을 그어 그 교점을 각각 D_1, D_2, D_3이라 하면



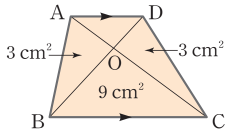
$\square D_1BCA$, $\square D_2CAB$, $\square D_3ABC$는 모두 평행사변형이다.
$D_1(a, b)$라고 하면 평행사변형에서 대각선의 중점은 일치하므로
$a + 1 = 0 + 2$, $b + 1 = 0 + 0$
즉, $a = 1$, $b = -1$이므로 $D_1(1, -1)$
같은 방법으로 $\square D_2CAB$에서 $D_2(3, 1)$, $\square D_3ABC$에서 $D_3(-1, 1)$이다.
따라서 점 D의 좌표는 $(-1, 1)$, $(3, 1)$, $(1, -1)$이다.

11 오른쪽 그림에서
$\overline{AS} = \overline{AP}$, $\overline{BQ} = \overline{BP}$,
$\overline{DS} = \overline{DR}$, $\overline{CQ} = \overline{CR}$이므로



$\overline{AD} + \overline{BC}$
$= \overline{AS} + \overline{DS} + \overline{BQ} + \overline{CQ}$
$= \overline{AP} + \overline{DR} + \overline{BP} + \overline{CR}$
$= (\overline{AP} + \overline{BP}) + (\overline{DR} + \overline{CR})$
$= \overline{AB} + \overline{DC}$
$= 11 + 13 = 24(\mathrm{cm})$
$\therefore\ \square ABCD = \frac{1}{2} \times (\overline{AD} + \overline{BC}) \times \overline{SQ}$
$= \frac{1}{2} \times 24 \times 10 = 120(\mathrm{cm}^2)$

12 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$에서



$\triangle ABC = \triangle DBC$이므로

$\triangle OCD = \triangle DBC - \triangle OBC$

$\quad = \triangle ABC - \triangle OBC$

$\quad = \triangle OAB = 3\text{ cm}^2$

한편, $\overline{OA} : \overline{OC} = \triangle OAB : \triangle OBC = 3 : 9$

$\therefore \overline{OA} : \overline{OC} = 1 : 3$

따라서 $\triangle OAD : \triangle OCD = \overline{OA} : \overline{OC} = 1 : 3$이므로

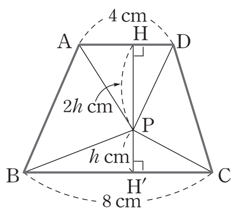
$\triangle OAD = 1\text{ cm}^2$

$\therefore \square ABCD = \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCD + \triangle OAD$

$\quad = 3 + 9 + 3 + 1$

$\quad = 16(\text{cm}^2)$

13 오른쪽 그림과 같이 점 P에서 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하면



$\triangle PAD = \triangle PBC$에서

$\frac{1}{2} \times \overline{AD} \times \overline{PH} = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{PH'}$

$\frac{1}{2} \times 4 \times \overline{PH} = \frac{1}{2} \times 8 \times \overline{PH'}$

$\therefore \overline{PH} = 2\overline{PH'}$

따라서 $\overline{PH} = 2h$ cm, $\overline{PH'} = h$ cm라 하면

$\triangle PAD + \triangle PBC = \frac{1}{2} \times 4 \times 2h + \frac{1}{2} \times 8 \times h$

$\quad = 4h + 4h = 8h(\text{cm}^2)$

$\triangle PAB + \triangle PCD = \square ABCD - (\triangle PAD + \triangle PBC)$

$\quad = \frac{1}{2} \times (4+8) \times 3h - 8h$

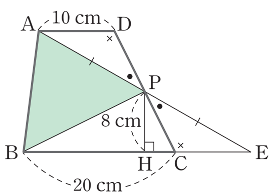
$\quad = 18h - 8h = 10h(\text{cm}^2)$

$\therefore (\triangle PAD + \triangle PBC) : (\triangle PAB + \triangle PCD)$

$\quad = 8h : 10h$

$\quad = 4 : 5$

14 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AP}$의 연장선과 $\overline{BC}$의 연장선이 만나는 점을 E라 하면



$\triangle APD$와 $\triangle EPC$에서

$\angle APD = \angle EPC$(맞꼭지각),

$\overline{DP} = \overline{CP}$, $\angle ADP = \angle ECP$(엇각)이므로

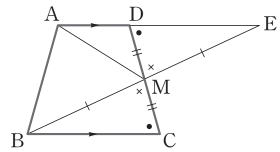
$\triangle APD \equiv \triangle EPC$ (ASA 합동)

$\overline{AP} = \overline{EP}$, $\overline{CE} = \overline{DA} = 10$ cm

$\therefore \triangle ABP = \triangle PBE$

$\quad = \frac{1}{2} \times (20+10) \times 8 = 120(\text{cm}^2)$

15 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BM}$의 연장선과 $\overline{AD}$의 연장선의 교점을 E라 하면



$\triangle MED$와 $\triangle MBC$에서

$\overline{DM} = \overline{CM}$, $\angle DME = \angle CMB$ (맞꼭지각),

$\angle EDM = \angle BCM$ (엇각)

이므로 $\triangle MED \equiv \triangle MBC$ (ASA 합동)

따라서 $\overline{BM} = \overline{EM}$이므로

$\triangle ABM : (\triangle AMD + \triangle MBC)$

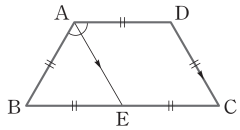
$= \triangle ABM : (\triangle AMD + \triangle MED)$

$= \triangle ABM : \triangle AEM$

$= \overline{BM} : \overline{ME}$

$= 1 : 1$

16 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$의 중점을 E라 하면



$\overline{AD} /\!/ \overline{EC}$, $\overline{AD} = \overline{EC}$이므로

$\square AECD$는 평행사변형이다.

$\therefore \overline{AE} = \overline{DC}$

즉, $\overline{AB} = \overline{BE} = \overline{AE}$에서 $\triangle ABE$는 정삼각형이다.

따라서 $\angle ABE = \angle DCE = 60^\circ$이므로

$\angle A = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

17 $\triangle ABP$와 $\triangle ADQ$에서

$\angle APB = \angle AQD = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle ABP = \angle ADQ$이므로

$\triangle ABP \equiv \triangle ADQ$ (RHA 합동)

$\therefore \angle BAP = \angle DAQ = 180^\circ - (54^\circ + 90^\circ) = 36^\circ$

또, $\angle BAD = 180^\circ - 54^\circ = 126^\circ$이므로

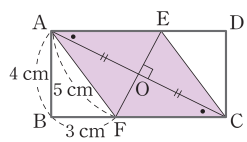
$\angle PAQ = \angle BAD - (\angle BAP + \angle DAQ)$

$\quad = 126^\circ - (36^\circ + 36^\circ) = 54^\circ$

따라서 $\triangle APQ$는 $\overline{AP} = \overline{AQ}$인 이등변삼각형이므로

$\angle x = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 54^\circ) = 63^\circ$

18 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$와 $\overline{EF}$의 교점을 O라 하면



$\triangle AOE$와 $\triangle COF$에서

$\overline{AO} = \overline{CO}$, $\angle AOE = \angle COF$,

$\angle EAO = \angle FCO$(엇각)이므로

$\triangle AOE \equiv \triangle COF$ (ASA 합동)

$\therefore \overline{OE} = \overline{OF}$

따라서 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하므로

$\square AFCE$는 마름모이다.

$\therefore \overline{CF} = \overline{AF} = 5$ cm

$\therefore \square AFCE = 5 \times 4 = 20(\text{cm}^2)$

19 $\overline{BE}=\overline{EF}=\overline{FD}$이므로

$\triangle AEF=\frac{1}{3}\triangle ABD$ …… ㉠

$\triangle CEF=\frac{1}{3}\triangle CBD$ …… ㉡

㉠, ㉡에서

$$\begin{aligned}\square AECF&=\triangle AEF+\triangle CEF\\&=\frac{1}{3}(\triangle ABD+\triangle CBD)\\&=\frac{1}{3}\square ABCD\\&=\frac{1}{3}\times(5\times2)=\frac{10}{3}(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

20 $\triangle ABE$와 $\triangle BCF$에서

$\overline{AB}=\overline{BC}$, $\overline{BE}=\overline{CF}$, $\angle ABE=\angle BCF=90^\circ$

이므로 $\triangle ABE\equiv\triangle BCF$ (SAS 합동)

$\therefore\ \angle BAE=\angle CBF$

$\triangle ABE$에서 $\angle BAE+\angle AEB=90^\circ$이므로

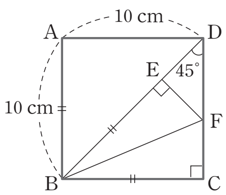
$\angle CBF+\angle AEB=90^\circ$

$\triangle OBE$에서

$$\begin{aligned}\angle BOE&=180^\circ-(\angle CBF+\angle AEB)\\&=180^\circ-90^\circ=90^\circ\end{aligned}$$

$\therefore\ \angle AOB=180^\circ-90^\circ=90^\circ$

21 오른쪽 그림과 같이



$\angle BDC=45^\circ$이므로 $\triangle DEF$는 직각이등변삼각형이다.

$\therefore\ \overline{DE}=\overline{EF}$ …… ㉠

또, $\overline{BF}$를 그으면

$\triangle BFE$와 $\triangle BFC$에서

$\overline{AB}=\overline{BE}=\overline{BC}$, $\angle BEF=\angle C=90^\circ$, $\overline{BF}$는 공통이므로

$\triangle BFE\equiv\triangle BFC$ (RHS 합동)

$\therefore\ \overline{EF}=\overline{CF}$ …… ㉡

㉠, ㉡에서

$\overline{DE}+\overline{DF}=\overline{CF}+\overline{DF}=\overline{CD}=10$ cm

22 (1) $\triangle OAE$와 $\triangle ODF$에서

$\overline{OA}=\overline{OD}$, $\angle OAE=\angle ODF=45^\circ$

$$\begin{aligned}\angle EOA&=\angle EOF-\angle AOF\\&=\angle AOD-\angle AOF\\&=\angle FOD\end{aligned}$$

$\therefore\ \triangle OAE\equiv\triangle ODF$ (ASA 합동)

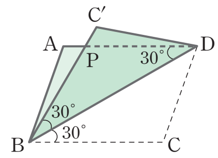
(2) (1)에서 $\overline{AE}=\overline{DF}$이므로

$\overline{AE}+\overline{AF}=\overline{DF}+\overline{AF}=\overline{AD}$

(3) (1)에서 $\triangle OAE=\triangle ODF$이므로

$$\begin{aligned}\square OEAF&=\triangle OAE+\triangle OAF\\&=\triangle ODF+\triangle OAF\\&=\triangle OAD\\&=\frac{1}{4}\square ABCD\end{aligned}$$

23 (1) $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로



$\angle ADB=\angle CBD$이고,

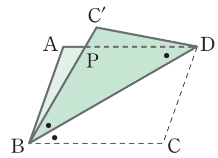
$\triangle CBD\equiv\triangle C'BD$이므로

$\angle CBD=\angle C'BD$

$\therefore\ \angle ADB=\angle CBD=\angle C'BD=30^\circ$

$\therefore\ \angle BPD=180^\circ-(30^\circ+30^\circ)=120^\circ$

(2) $\overline{AD}=\overline{BC}=\overline{BC'}$



$\angle ADB=\angle CBD=\angle C'BD$

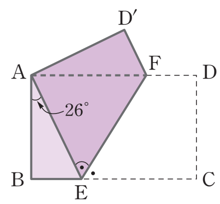
이므로 $\overline{PB}=\overline{PD}$

$$\begin{aligned}\overline{AP}&=\overline{AD}-\overline{PD}\\&=\overline{BC'}-\overline{BP}=\overline{PC'}\end{aligned}$$

$\therefore\ \overline{AP}:\overline{PC'}=1:1$

TIP $\angle PBD=\angle CBD=\angle PDB$이므로 $\triangle PBD$가 이등변삼각형임을 이해한다.

24 오른쪽 그림의 $\triangle ABE$에서



$$\begin{aligned}\angle AEB&=180^\circ-(26^\circ+90^\circ)\\&=64^\circ\end{aligned}$$

$\square FECD\equiv\square FEAD'$이므로

$\angle CEF=\angle AEF$

$\therefore\ \angle AEF=\frac{1}{2}\times(180^\circ-64^\circ)=58^\circ$

25 $\triangle BCG$와 $\triangle DCE$에서

$\overline{BC}=\overline{CD}$, $\angle BCG=90^\circ-\angle DCG=\angle DCE$, $\overline{CG}=\overline{CE}$이므로

$\triangle BCG\equiv\triangle DCE$ (SAS 합동)

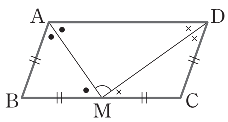
$$\begin{aligned}\therefore\ \triangle DCE&=\triangle BCG=\frac{1}{2}\square ABCD\\&=\frac{1}{2}\times48=24(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

2 STEP 실력 높이기

32~36쪽

1 90°	**2** 2 cm	**3** 3 cm	**4** ①, ⑤
5 45°	**6** 10초	**7** 70 cm^2	**8** $\frac{1}{6}\text{ cm}^2$
9 64°	**10** (1) 풀이 참조 (2) 90°		**11** 80°
12 15	**13** 20 cm^2	**14** 평행사변형	
15 6 cm^2	**16** 220°	**17** 20 cm^2	**18** 60
19 $\frac{a}{2}$	**20** 2		

1 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{BM}=\overline{MC}=\overline{CD}$이므로 $\triangle ABM$과 $\triangle CDM$은 모두 이등변 삼각형이다.



$\therefore\ \angle BAM=\angle BMA,\ \angle CMD=\angle CDM$ ······ ㉠

또, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle DAM=\angle BMA,\ \angle ADM=\angle CMD$ ······ ㉡

㉠, ㉡에서

$\angle BAM=\angle DAM,\ \angle CDM=\angle ADM$

$\angle BAD+\angle CDA=180^\circ$이므로

$2\angle DAM+2\angle ADM=180^\circ$

$\therefore\ \angle DAM+\angle ADM=90^\circ$

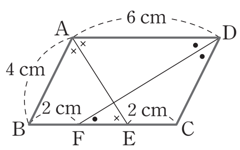
따라서 $\triangle AMD$에서

$\angle AMD=180^\circ-(\angle DAM+\angle ADM)$

$=180^\circ-90^\circ$

$=90^\circ$

2 오른쪽 그림에서 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로



$\angle DAE=\angle BEA=\angle BAE$

즉, $\triangle ABE$는 이등변삼각형이므로

$\overline{BE}=\overline{AB}=4$ cm

$\therefore\ \overline{CE}=6-4=2(\text{cm})$ ······ ㉠

또, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle ADF=\angle CFD=\angle CDF$

즉, $\triangle CDF$는 이등변삼각형이므로

$\overline{CF}=\overline{CD}=4$ cm

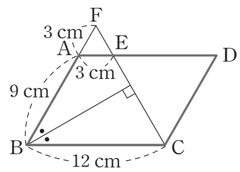
$\therefore\ \overline{BF}=6-4=2(\text{cm})$ ······ ㉡

㉠, ㉡에서

$\overline{EF}=\overline{BC}-\overline{BF}-\overline{CE}$

$=6-2-2=2(\text{cm})$

3 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BA}$의 연장선과 $\overline{CE}$의 연장선의 교점을 F라 하면 $\triangle BCF$는 $\angle B$의 이등분선이 밑변과 수직이므로 $\overline{BC}=\overline{BF}$인 이등변삼각형이다.



$\therefore\ \angle AFE=\angle BCE$

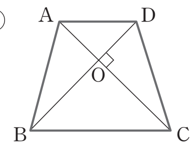
또 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle BCE=\angle AEF$ (동위각)

따라서 $\angle AFE=\angle AEF$이므로 $\triangle AEF$는 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \overline{AE}=\overline{AF}=\overline{BF}-\overline{AB}=\overline{BC}-\overline{AB}$

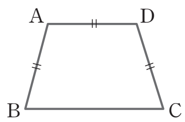
$=12-9=3(\text{cm})$

4 ②



⇨ 정사각형이 아니다.

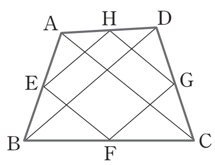
③



⇨ 마름모가 아니다.

④ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 등변사다리꼴은 직사각형이다.

⑤

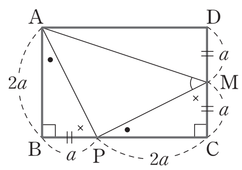


⇨ $\overline{HG}=\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{AC}$,

$\overline{EH}=\overline{FG}=\frac{1}{2}\overline{BD}$이므로

□EFGH는 마름모이다.

5 $\overline{AB}:\overline{BC}=2:3$이므로



$\overline{AB}=2a,\ \overline{BC}=3a$라 하면

$\overline{BP}:\overline{PC}=1:2$이므로

$\overline{BP}=a,\ \overline{PC}=2a$이고

점 M은 $\overline{CD}$의 중점이므로 $\overline{CM}=\overline{DM}=a$

$\overline{AP}$를 그으면 $\triangle ABP$와 $\triangle PCM$에서

$\overline{AB}=\overline{PC},\ \overline{BP}=\overline{CM},\ \angle ABP=\angle PCM$이므로

$\triangle ABP\equiv\triangle PCM$ (SAS 합동)

$\therefore\ \overline{AP}=\overline{PM},\ \angle BAP=\angle CPM$

$\angle BAP+\angle BPA=\angle CPM+\angle BPA=90^\circ$

$\therefore\ \angle APM=90^\circ$

따라서 $\triangle PAM$은 $\angle APM=90^\circ$, $\overline{AP}=\overline{PM}$인 직각이등변삼각형이므로

$\angle AMP=\frac{1}{2}\times(180^\circ-90^\circ)=45^\circ$

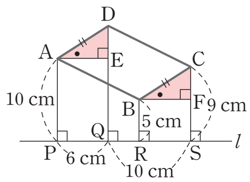
6 서술형

표현 단계 $\overline{AP}/\!/\overline{CQ}$이므로 $\overline{AQ}/\!/\overline{PC}$이려면 □APCQ는 평행사변형이어야 한다.
즉, $\overline{AP}=\overline{CQ}$이어야 한다.

풀이 단계 구하는 시간을 t초 후라 하면
$\overline{AP}=5\times6+5t=30+5t$(cm), $\overline{CQ}=8t$ cm
즉, $30+5t=8t$에서 $3t=30$
$\therefore t=10$

확인 단계 따라서 10초 후에 $\overline{AQ}/\!/\overline{PC}$가 된다.

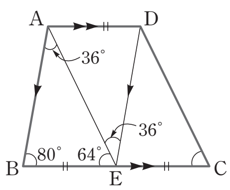
7 오른쪽 그림과 같이 두 점 A, B에서 $\overline{DQ}$, $\overline{CS}$에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하면



$\angle DAE=\angle CBF$이므로
$\triangle DAE\equiv\triangle CBF$ (RHA 합동)
$\therefore \overline{DE}=\overline{CF}=\overline{CS}-\overline{FS}=\overline{CS}-\overline{BR}$
$=9-5=4$(cm)
$\therefore \overline{DQ}=\overline{DE}+\overline{EQ}=\overline{DE}+\overline{AP}$
$=4+10=14$(cm)
또, $\overline{AE}=\overline{BF}$이고, $\overline{AE}=\overline{PQ}=6$ cm이므로
$\overline{RS}=\overline{BF}=\overline{AE}=6$ cm
$\therefore \overline{QR}=\overline{QS}-\overline{RS}=10-6=4$(cm)
$\therefore$ □ABCD
$=$□APQD$+$□CSQD$-$□BRPA$-$□BRSC
$=\frac{1}{2}\times(10+14)\times6+\frac{1}{2}\times(9+14)\times10$
$-\frac{1}{2}\times(5+10)\times10-\frac{1}{2}\times(5+9)\times6$
$=72+115-75-42$
$=70(\text{cm}^2)$

8 $\triangle PBC=\triangle DBC$이므로
$\triangle PBQ=\triangle PBC-\triangle QBC=\triangle DBC-\triangle QBC$
$=\triangle DQC=\frac{1}{3}\triangle DBC$
$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}$□ABCD$=\frac{1}{6}$□ABCD
$=\frac{1}{6}\text{ cm}^2$

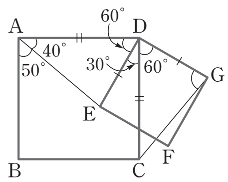
9 □ABED는 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다.



$\therefore \overline{AD}=\overline{BE}=\overline{EC}$
또, □AECD에서
$\overline{AD}/\!/\overline{EC}$, $\overline{AD}=\overline{EC}$이므로
□AECD는 평행사변형이다. …… ㉠
$\overline{AB}/\!/\overline{DE}$에서 $\angle BAE=\angle DEA=36^\circ$(엇각)이므로
$\triangle ABE$에서 $\angle AEB=180^\circ-(36^\circ+80^\circ)=64^\circ$
㉠에서 $\overline{AE}/\!/\overline{DC}$이므로
$\angle DCE=\angle AEB=64^\circ$ (동위각)

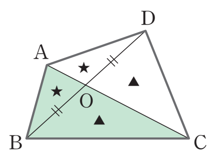
10 (1) $\triangle ACD$와 $\triangle AGB$에서
□ACFG는 정사각형이므로 $\overline{AC}=\overline{AG}$
□ABED는 정사각형이므로 $\overline{AD}=\overline{AB}$
$\angle CAD=90^\circ+\angle BAC=\angle GAB$
$\therefore \triangle ACD\equiv\triangle AGB$ (SAS 합동)
(2) $\triangle ICJ$와 $\triangle AGJ$에서
$\angle ICJ=\angle AGJ$ ($\triangle ACD\equiv\triangle AGB$)
$\angle CJI=\angle AJG$ (맞꼭지각)
$\therefore \angle CIJ=\angle GAJ=90^\circ$
$\therefore \angle DIG=180^\circ-\angle CIJ=180^\circ-90^\circ=90^\circ$

11 $\triangle ADE$와 $\triangle CDG$에서



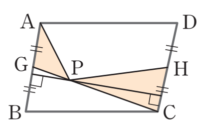
□ABCD가 정사각형이므로
$\overline{AD}=\overline{CD}$ …… ㉠
□DEFG가 정사각형이므로
$\overline{DE}=\overline{DG}$ …… ㉡
$\angle CDE=30^\circ$이므로
$\angle ADE=\angle CDG=60^\circ$ …… ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의하여
$\triangle ADE\equiv\triangle CDG$ (SAS 합동)
$\therefore \angle DCG=\angle DAE=90^\circ-50^\circ=40^\circ$ …… ㉣
㉢, ㉣에 의하여
$\angle CGD=180^\circ-(60^\circ+40^\circ)=80^\circ$

12 $\overline{OB}=\overline{OD}$이므로



$\triangle OAB=\triangle OAD$ …… ㉠
$\triangle OCB=\triangle OCD$ …… ㉡
㉠$+$㉡을 하면
$\triangle OAB+\triangle OCB=\triangle OAD+\triangle OCD$
따라서 $\triangle ABC=\triangle ADC$이므로
$\triangle ABC=\frac{1}{2}$□ABCD$=\frac{1}{2}\times30=15$

13 (i) 점 P에서 $\overline{AB}$와 $\overline{CD}$에 수선을 긋고 그 수선의 길이를 각각 h_1 cm, h_2 cm라 하자.



이때 $\overline{AG}=\overline{CH}$이므로

$\triangle PAG + \triangle PCH$

$= \left(\frac{1}{2} \times \overline{AG} \times h_1\right) + \left(\frac{1}{2} \times \overline{CH} \times h_2\right)$

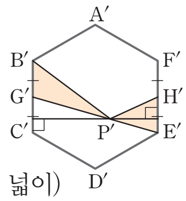
$= \frac{1}{2} \times \overline{AG} \times (h_1 + h_2)$

$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \square ABCD$

$= \frac{1}{4} \square ABCD = \frac{1}{4} \times 48$

$= 12(\mathrm{cm}^2)$

(ii) 정육각형에서도 같은 방법으로 하면



$\triangle P'B'G' + \triangle P'E'H'$

$= \frac{1}{4} \square B'C'E'F'$

$= \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} \times$ (정육각형 A′B′C′D′E′F′의 넓이)

$= \frac{1}{6} \times 48 = 8(\mathrm{cm}^2)$

(ⅰ), (ⅱ)에서 4개의 삼각형의 넓이의 합은 $12 + 8 = 20(\mathrm{cm}^2)$

14 $\angle A + \angle B = \angle C + \angle D$ ⋯⋯ ㉠

$\angle A + \angle D = \angle B + \angle C$ ⋯⋯ ㉡

㉠−㉡을 하면

$\angle B - \angle D = \angle D - \angle B$, $2\angle B = 2\angle D$

$\therefore \angle B = \angle D$ ⋯⋯ ㉢

㉢을 ㉠에 대입하면

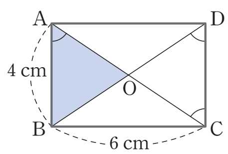
$\angle A + \angle D = \angle C + \angle D$

$\therefore \angle A = \angle C$ ⋯⋯ ㉣

㉢, ㉣에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로

□ABCD는 평행사변형이다.

15 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$이므로



$\angle BAC = \angle DCA$ (엇각)

이때 $\angle BAC = \angle BDC$이므로

$\angle DCA = \angle BDC$

즉, △OCD는 이등변삼각형이므로

$\overline{OC} = \overline{OD}$ ⋯⋯ ㉠

한편, □ABCD는 평행사변형이므로

$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡에서

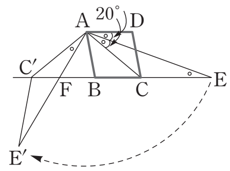
$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OD}$

따라서 □ABCD는 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형이므로 직사각형이다.

$\therefore \triangle OAB = \frac{1}{4} \square ABCD$

$= \frac{1}{4} \times 6 \times 4 = 6(\mathrm{cm}^2)$

16 오른쪽 그림에서



$\angle DAE = \angle CAE$

$= \frac{1}{2} \times 40° = 20°$

이고, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\angle CEA = \angle DAE = 20°$ (엇각)

$\therefore \angle ACE = 180° - (20° + 20°) = 140°$

또, $\triangle ACE \equiv \triangle AC'E'$이므로

$\angle AC'E' = \angle ACE = 140°$

$\overline{AC} = \overline{AC'}$이므로 △ACC′은 이등변삼각형이고

$\angle AC'C = \angle ACC' = \angle DAC = 40°$

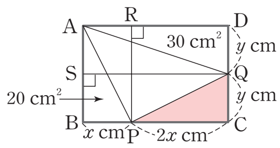
따라서 $\angle C'AC = 180° - (40° + 40°) = 100°$이므로

$\angle FAC = \angle C'AC - \angle C'AF$

$= 100° - 20° = 80°$

$\therefore \angle AC'E' + \angle CAF = 140° + 80° = 220°$

17 서술형



변형 단계 오른쪽 그림의 점 P에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 R라 하면

$\overline{AB} /\!/ \overline{RP}$

점 Q에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 S라 하면

$\overline{AD} /\!/ \overline{SQ}$

$\square ABPR = 2\triangle ABP = 2 \times 20 = 40(\mathrm{cm}^2)$이므로

$\square PCDR = 120 - 40 = 80(\mathrm{cm}^2)$

즉, $\overline{BP} : \overline{PC} = 1 : 2$이므로 $\overline{PC} = 2\overline{BP}$ ⋯⋯ ㉠

또, $\square ASQD = 2\triangle AQD = 2 \times 30 = 60(\mathrm{cm}^2)$이므로

$\square BCQS = 120 - 60 = 60(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore \overline{DQ} = \overline{CQ}$ ⋯⋯ ㉡

㉠에서 $\overline{BP} = x$ cm라 하면 $\overline{PC} = 2x$ cm

㉡에서 $\overline{DQ} = y$ cm라 하면 $\overline{CQ} = y$ cm

풀이 단계 $\square ABCD = (x + 2x) \times (y + y) = 6xy = 120$

에서 $xy = 20$

확인 단계 $\therefore \triangle PCQ = \frac{1}{2} \times 2x \times y = xy = 20(\mathrm{cm}^2)$

18 평행사변형의 내부의 한 점 P를 중심으로 만들어지는 4개의 삼각형에서 마주 보는 삼각형끼리의 넓이의 합은 각각 같다.

즉, 평행사변형 ABCD에서

$\triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PDA + \triangle PBC$이므로

$\triangle PDA + \triangle PBC = \frac{1}{2} \square ABCD$ ⋯⋯ ㉠

이고,

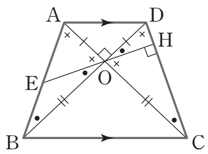
$\triangle PDA+\triangle PED=\triangle AED=\frac{1}{2}\square ABCD$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\triangle PED=\triangle PBC=80$이고

$\triangle PDA:\triangle PED=\overline{AP}:\overline{PE}=3:4$이므로

$\triangle PDA=\frac{3}{4}\times 80=60$

19 $\triangle OAB$와 $\triangle ODC$에서



$\overline{AO}=\overline{DO}$, $\overline{BO}=\overline{CO}$,

$\angle AOB=\angle DOC=90^\circ$이므로

$\triangle OAB\equiv\triangle ODC$ (SAS 합동)

$\therefore \angle OAB=\angle ODC$ …… ㉠

$\angle OBA=\angle OCD$ …… ㉡

$\triangle OCD$에서

$\angle HOD+\angle ODH=\angle OCH+\angle ODH=90^\circ$

이므로 $\angle HOD=\angle OCH$ …… ㉢

$\angle HOC=90^\circ-\angle HOD$

$=\angle ODH$ …… ㉣

또, $\angle HOD=\angle EOB$ (맞꼭지각) …… ㉤

$\angle HOC=\angle EOA$ (맞꼭지각) …… ㉥

㉠, ㉣, ㉥에서 $\angle EAO=\angle EOA$

$\therefore \overline{EA}=\overline{EO}$

㉡, ㉢, ㉤에서 $\angle EBO=\angle EOB$

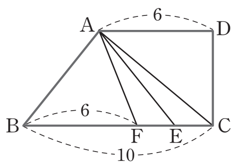
$\therefore \overline{EB}=\overline{EO}$

$\therefore \overline{OE}=\overline{AE}=\overline{EB}=\frac{a}{2}$

20 서술형

표현 단계 높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같음을 이용하자.

변형 단계 $\overline{BC}$ 위에 $\overline{BF}=6$인 점 F를 잡으면 밑변의 길이는 6이고 높이는 사다리꼴의 높이와 같으므로



$\triangle ABF=\triangle ADC$

$\overline{AE}$가 사다리꼴 ABCD의 넓이의 이등분선이므로

$\triangle AFE=\triangle AEC$

풀이 단계 이때 $\triangle AFE$와 $\triangle AEC$의 높이는 같으므로

$\overline{FE}=\overline{EC}$

따라서 $\overline{FC}=10-6=4$이므로

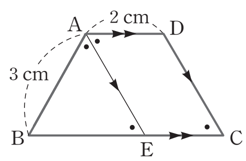
확인 단계 $\overline{EC}=\overline{FE}=\frac{1}{2}\times 4=2$

3 STEP 최고 실력 완성하기

37~38쪽

1 5 cm	**2** $\frac{120}{7}$ cm	**3** 30°	**4** 61°
5 $\frac{48}{5}$ cm	**6** 15 cm	**7** 3초	
8 16 : 11	**9** $\frac{160}{9}$ cm	**10** 3 cm^2	

1 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{DC}$에 평행한 직선을 그어 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라 하면



$\square AECD$는 평행사변형이므로

$\angle DCE=\angle AEB$ (동위각)

$\angle DAE=\angle AEB$ (엇각)

$\angle A=2\angle C$이므로 $\angle BAE=\angle DAE$

따라서 $\angle BAE=\angle AEB$에서 $\triangle BAE$는 이등변삼각형이므로 $\overline{BE}=\overline{BA}=3$ cm

또, $\overline{EC}=\overline{AD}=2$ cm이므로

$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{EC}$

$=3+2=5$(cm)

2 $\square ABCD=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BD}$

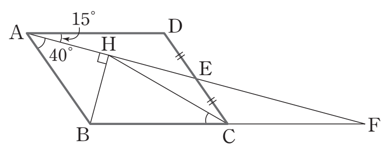
$=\frac{1}{2}\times(\overline{AD}+\overline{BC})\times\overline{AH}$

이므로 $\frac{1}{2}\times 25\times 24=\frac{1}{2}\times(5+30)\times\overline{AH}$

$\therefore \overline{AH}=\frac{600}{35}=\frac{120}{7}$(cm)

TIP 대각선이 서로 수직인 사각형의 넓이 구하기
대각선이 서로 수직인 사각형의 넓이는 두 대각선의 길이의 곱의 절반임을 이해한다.

3 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$의 연장선과 $\overline{BC}$의 연장선의 교점을 점 F라 하면



$\triangle EAD$와 $\triangle EFC$에서

$\overline{ED}=\overline{EC}$, $\angle DEA=\angle CEF$ (맞꼭지각)

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle EDA = \angle ECF$ (엇각)

즉, $\triangle EAD \equiv \triangle EFC$ (ASA 합동)이므로

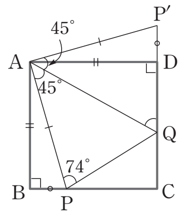
$\overline{AD} = \overline{FC}$, $\angle EFC = \angle EAD = 15°$

따라서 $\overline{BC} = \overline{AD} = \overline{CF}$이고, 점 C는 $\triangle BFH$의 외심이다.

$\therefore \angle BCH = 2 \times \angle BFH$

$= 2 \times 15° = 30°$

4 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$의 연장선 위에 $\overline{BP} = \overline{DP'}$인 점 P′을 잡으면



$\triangle ABP$와 $\triangle ADP'$에서

$\overline{AB} = \overline{AD}$

$\angle B = \angle ADP' = 90°$

$\overline{BP} = \overline{DP'}$

이므로 $\triangle ABP \equiv \triangle ADP'$ (SAS 합동)

$\triangle APQ$와 $\triangle AP'Q$에서

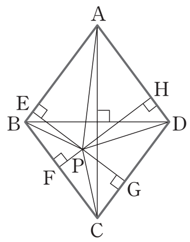
$\overline{AP} = \overline{AP'}$, $\angle PAQ = \angle P'AQ$

$\overline{AQ}$는 공통이므로 $\triangle APQ \equiv \triangle AP'Q$ (SAS 합동)

$\therefore \angle AQD = \angle AQP$

$= 180° - (45° + 74°) = 61°$

5 오른쪽 그림과 같이 점 P와 네 꼭짓점 A, B, C, D를 잇는 선분을 그으면



$\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PBC$

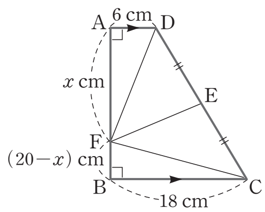
$+ \triangle PCD + \triangle PDA$

$= \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BD}$

이므로 $\frac{1}{2} \times 5 \times (\overline{PE} + \overline{PF} + \overline{PG} + \overline{PH}) = \frac{1}{2} \times 8 \times 6$

$\therefore \overline{PE} + \overline{PF} + \overline{PG} + \overline{PH} = \frac{48}{5}$ cm

6 오른쪽 그림에서



$\square AFED = \square FBCE$이고,

$\triangle FDE = \triangle FCE$이므로

$\triangle AFD = \triangle BCF$

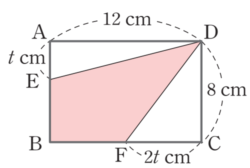
$\overline{AF} = x$ cm라 하면

$\frac{1}{2} \times 6 \times x = \frac{1}{2} \times 18 \times (20 - x)$

$3x = 9(20 - x)$ $\qquad \therefore x = 15$

따라서 $\overline{AF}$의 길이는 15 cm이다.

7 두 점 E, F가 각각 두 꼭짓점 A, C를 출발한 지 t초 후의 위치는 오른쪽 그림과 같으므로



$\square EBFD$

$= \square ABCD - \triangle AED - \triangle FCD$

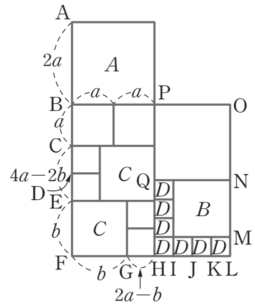
$= 12 \times 8 - \frac{1}{2} \times 12 \times t - \frac{1}{2} \times 2t \times 8$

$54 = 96 - 6t - 8t$

$14t = 42$ $\qquad \therefore t = 3$

따라서 3초 후에 사각형 EBFD의 넓이가 54 cm^2가 된다.

8 정사각형 A의 한 변의 길이를 $2a$, 정사각형 C의 한 변의 길이를 b라고 하면 오른쪽 그림과 같이 각 정사각형의 길이가 정해진다.



이때 $\overline{PH} = 5a - b$이고,

$\square PQNO$와 $\square QHLN$은 한 변의 길이가 같은 정사각형이므로

$\overline{PQ} = \overline{QH} = \overline{HL} = \frac{5a - b}{2}$

그런데 $\overline{HL}$은 4등분되어 있고, 정사각형 B의 한 변의 길이는 그 중 세 변의 길이의 합이므로

$\overline{IL} = \frac{5a - b}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{15a - 3b}{8}$ $\qquad \cdots\cdots$ ㉠

또, $\overline{CE} = \overline{EF}$이므로

$4a - 2b = b$ $\qquad \therefore 4a = 3b$ $\qquad \cdots\cdots$ ㉡

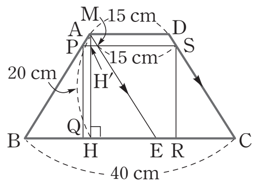
㉡을 ㉠에 대입하면

$\overline{IL} = \frac{15a - 4a}{8} = \frac{11}{8}a$

따라서 구하는 길이의 비는

$2a : \frac{11}{8}a = 16 : 11$

9 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{DC}$에 평행한 직선을 그어 $\overline{PS}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 M, E라 하자.



$\square AECD$가 평행사변형이므로

$\overline{AD} = \overline{MS} = \overline{EC} = 15$ cm이고

$\overline{BE} = 40 - 15 = 25$(cm)

정사각형 PQRS에서 $\overline{PS} = \overline{PQ} = x$ cm라 하면

$\overline{PM} = (x - 15)$ cm

한편, $\overline{AH}$와 $\overline{PS}$의 교점을 H′이라 하면

$\triangle APM \backsim \triangle ABE$이므로 $\overline{AH'} : \overline{AH} = \overline{PM} : \overline{BE}$

이때 $\overline{H'H} = \overline{PQ} = x$ cm이므로

$\overline{AH'} = (20 - x)$ cm

따라서 $(20 - x) : 20 = (x - 15) : 25$에서

$25(20 - x) = 20(x - 15)$

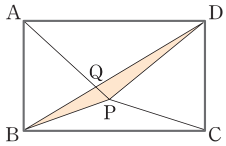
$5(20 - x) = 4(x - 15)$

$100 - 5x = 4x - 60$

$9x = 160$ $\qquad \therefore x = \frac{160}{9}$

따라서 정사각형 PQRS의 한 변의 길이는 $\frac{160}{9}$ cm이다.

10 오른쪽 그림과 같이



$\overline{AP}$와 $\overline{BD}$의 교점을 Q라 하면

$\triangle ABD=\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\triangle APD+\triangle PBC$이므로

$\triangle ABQ+\triangle AQD=(\triangle AQD+\triangle PQD)+\triangle PBC$

$\therefore\ \triangle ABQ=\triangle PQD+\triangle PBC$

또, $\triangle ABQ=\triangle PAB-\triangle PBQ$이므로

$\triangle PAB-\triangle PBQ=\triangle PQD+\triangle PBC$ ······ ㉠

$\therefore\ \triangle PBD=\triangle PBQ+\triangle PQD$

$=\triangle PAB-\triangle PBC$ ($\because$ ㉠)

$=9-6=3(\text{cm}^2)$

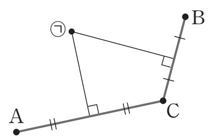
I 도형의 성질

단원 종합 문제

40~44쪽

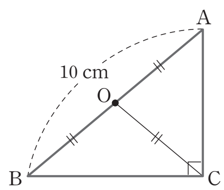
1 ㉠	**2** 5 cm	**3** 13 : 12 : 11	
4 $\angle B=60°$, $\angle C=70°$		**5** 48°	**6** 1 cm
7 10 cm	**8** 13 cm^2	**9** 7	
10 30 cm^2	**11** 15 cm^2	**12** 5 cm^2	**13** 47°
14 16	**15** 68	**16** $\frac{17}{2}$ cm^2	**17** 5 cm^2
18 ③, ⑤	**19** 6 cm	**20** ⑤	
21 23 cm^2	**22** 90°	**23** 70°	**24** 80°
25 143°			

1 배의 속도가 같으므로 도착하는데 같은 시간이 걸리는 위치는 오른쪽 그림과 같이 세 점 A, B, C에서 같은 거리에 있는 곳이다.



즉, $\triangle ABC$는 둔각삼각형이므로 외심을 찾으면 가장 적당한 위치는 ㉠이다.

2 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이고, 외심은 각각의 꼭짓점까지의 거리가 같다.



따라서 오른쪽 그림에서 $\triangle ABC$의 외심에서 꼭짓점 C에 이르는 거리는

$\overline{OC}=\overline{OA}=\frac{1}{2}\times10=5(\text{cm})$

3 $\angle A:\angle B:\angle C=4:3:2$이므로

$\angle A=180°\times\frac{4}{9}=80°$, $\angle B=180°\times\frac{3}{9}=60°$

$\angle C=180°\times\frac{2}{9}=40°$

점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로

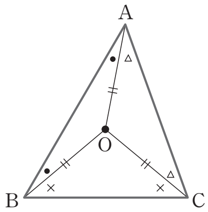
$\angle BIC=90°+\frac{1}{2}\angle A=90°+40°=130°$

$\angle AIC=90°+\frac{1}{2}\angle B=90°+30°=120°$

$\angle AIB=90°+\frac{1}{2}\angle C=90°+20°=110°$

$\therefore \angle BIC : \angle AIC : \angle AIB = 13 : 12 : 11$

4 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$를 그으면 점 O가 △ABC의 외심이므로



$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$

따라서 △OAB, △OCA는 이등변삼각형이므로

$\angle OBA = \angle OAB = 20^\circ$

$\angle OCA = \angle OAC = 30^\circ$

△ABC의 세 내각의 크기의 합이 180°이므로

$\angle OBC + \angle OCB + 100^\circ = 180^\circ$

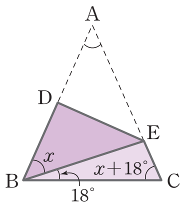
$\therefore \angle OBC + \angle OCB = 80^\circ$

이때 △OBC도 이등변삼각형이므로

$\angle OBC = \angle OCB = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$

$\therefore \angle B = 20^\circ + 40^\circ = 60^\circ$, $\angle C = 30^\circ + 40^\circ = 70^\circ$

5 오른쪽 그림에서 $\angle A = \angle x$라 하면



$\angle DBE = \angle x$이고

△ABC는 이등변삼각형이므로

$\angle DBC = \angle ECB = \angle x + 18^\circ$

$\angle x + \angle x + 18^\circ + \angle x + 18^\circ = 180^\circ$

$\therefore \angle x = 48^\circ$

6 (△ABC의 둘레의 길이)$=2\overline{AD}=2\times 6=12$(cm)

△ABC의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\triangle ABC = \frac{r}{2}(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})$

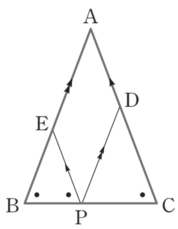
$= \frac{r}{2} \times 12 = 6r = 6$

$\therefore r=1$

따라서 △ABC의 내접원의 반지름의 길이는 1 cm이다.

> **TIP 내접원의 반지름의 길이 구하기**
> △ABC에 대하여 △ABC의 넓이를 S라 하고 내접원의 반지름의 길이를 r라 하자.
> $S=\frac{r}{2}(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})$에서 $r=\frac{2S}{\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}}$이다.
> 즉, 삼각형의 넓이와 둘레의 길이를 통해 내접원의 반지름의 길이를 구할 수 있다.

7 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle B = \angle C$이고,



$\overline{PE} /\!/ \overline{AC}$이므로

$\angle EPB = \angle C$ (동위각)

따라서 $\angle B = \angle EPB$이므로 △EBP는 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{EB}=\overline{EP}$ …… ㉠

또, $\overline{AE} /\!/ \overline{DP}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{EP}$이므로 □AEPD는 평행사변형이다.

$\therefore \overline{AE}=\overline{DP}$ …… ㉡

㉠, ㉡에서

$\overline{PD}+\overline{PE}=\overline{AE}+\overline{EB}=\overline{AB}=\overline{AC}=10$ cm

8 △ABC의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

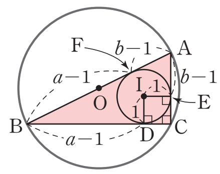
△ABC의 넓이에서

$\frac{1}{2} \times r \times (13+5+12) = \frac{1}{2} \times 5 \times 12$

$15r=30 \qquad \therefore r=2$

$\therefore \triangle IAB = \frac{1}{2} \times 13 \times 2 = 13(\text{cm}^2)$

9 원 밖의 한 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 같음을 이용한다.



오른쪽 그림에서

$\overline{BC}=a$, $\overline{AC}=b$라 하면

$\overline{BD}=a-1$, $\overline{AE}=b-1$이므로

$\overline{AB}=\overline{BF}+\overline{AF}=\overline{BD}+\overline{AE}$

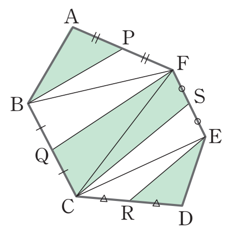
$=a-1+b-1=6$

$\therefore a+b=8$

$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 1 \times$(△ABC의 둘레의 길이)

$= \frac{1}{2} \times 1 \times (8+6) = 7$

10 오른쪽 그림과 같이 도형을 분할하면



□BQFP = △BFP + △FBQ

= △ABP + △FQC …… ㉠

□CRES = △CES + △ECR

= △CFS + △ERD …… ㉡

㉠, ㉡에서

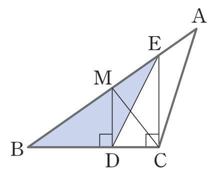
□BQFP + □CRES

= △ABP + (△FQC + △CFS) + △ERD

= △ABP + □FQCS + △ERD

$=30$ cm^2

11 오른쪽 그림과 같이 $\overline{MC}$를 그으면 $\overline{MD} /\!/ \overline{EC}$이므로



△MDE = △MDC

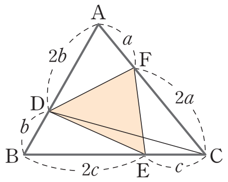
∴ △BDE = △BDM + △MDE

= △BDM + △MDC

$= \triangle BCM = \frac{1}{2}\triangle ABC$

$= \frac{1}{2} \times 30 = 15(\text{cm}^2)$

12 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$를 그으면



$\triangle ADF=\frac{1}{3}\triangle ADC$

$=\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\triangle ABC$

$=\frac{2}{9}\triangle ABC$

같은 방법으로 $\triangle BDE=\triangle CEF=\frac{2}{9}\triangle ABC$

$\therefore\ \triangle DEF=\triangle ABC-3\times\frac{2}{9}\triangle ABC$

$=\triangle ABC-\frac{2}{3}\triangle ABC$

$=\frac{1}{3}\triangle ABC$

$=\frac{1}{3}\times 15=5(\text{cm}^2)$

13 $\angle FDB=\angle CDB=\angle x$ (접은 각)

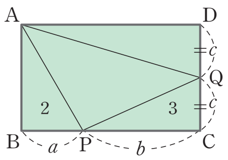
$\angle FBD=\angle CDB=\angle x$ (엇각)

$\triangle FBD$에서 $86^\circ+\angle x+\angle x=180^\circ$이므로

$86^\circ+2\angle x=180^\circ$, $2\angle x=94^\circ$

$\therefore\ \angle x=47^\circ$

14 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BP}=a$, $\overline{PC}=b$, $\overline{CQ}=\overline{QD}=c$라 하면



$\triangle ABP=2$에서

$\frac{1}{2}\times a\times 2c=2$, $ac=2$

$\triangle PCQ=3$에서

$\frac{1}{2}\times b\times c=3$, $bc=6$

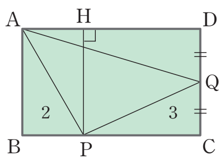
$\therefore\ \square ABCD=(a+b)\times 2c$

$=2ac+2bc$

$=4+12=16$

다른 풀이

오른쪽 그림과 같이 점 P에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\square ABPH=2\triangle ABP$

$=2\times 2=4$

$\square HPCD=2\triangle PCD=2\times 2\triangle PCQ$

$=2\times 2\times 3=12$

$\therefore\ \square ABCD=\square ABPH+\square HPCD$

$=4+12=16$

15 $\triangle ABE$와 $\triangle ECD$에서

$\overline{AE}=\overline{ED}$, $\angle ABE=\angle ECD=90^\circ$,

$\angle EAB=90^\circ-\angle AEB=\angle DEC$이므로

$\triangle ABE\equiv\triangle ECD$ (RHA 합동)

$\overline{AB}=\overline{EC}=6$, $\overline{CD}=\overline{BE}=10$이므로

$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{EC}=10+6=16$

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times(\overline{AB}+\overline{CD})\times\overline{BC}$

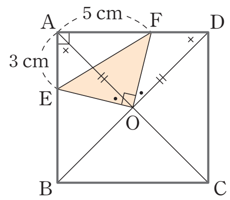
$=\frac{1}{2}\times(6+10)\times 16=128$

$\triangle ABE=\triangle ECD=\frac{1}{2}\times 6\times 10=30$

$\therefore\ \triangle AED=\square ABCD-2\times\triangle ABE$

$=128-2\times 30=68$

16 오른쪽 그림과 같은 $\triangle OAE$와 $\triangle ODF$에서



$\overline{OA}=\overline{OD}$,

$\angle OAE=\angle ODF=45^\circ$,

$\angle AOE=90^\circ-\angle AOF=\angle DOF$

이므로

$\triangle OAE\equiv\triangle ODF$ (ASA 합동)

$\therefore\ \overline{DF}=\overline{AE}=3\text{ cm}$

$\therefore\ \triangle EOF=\square AEOF-\triangle AEF$

$=\triangle OAE+\triangle AOF-\triangle AEF$

$=\triangle ODF+\triangle AOF-\triangle AEF$

$=\triangle AOD-\triangle AEF$

$=\frac{1}{4}\square ABCD-\triangle AEF$

$=\frac{1}{4}\times 8\times 8-\frac{1}{2}\times 5\times 3$

$=16-\frac{15}{2}$

$=\frac{17}{2}(\text{cm}^2)$

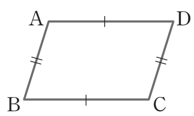
17 평행사변형 ABCD에서

$\triangle OAB+\triangle OCD=\triangle OBC+\triangle ODA$

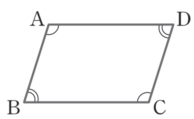
이므로 $4+3=2+\triangle ODA$

$\therefore\ \triangle ODA=7-2=5(\text{cm}^2)$

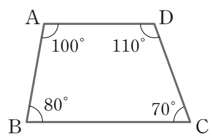
18 ① 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 $\square ABCD$는 평행사변형이다.



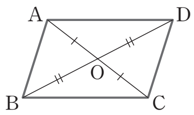
② 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 $\square ABCD$는 평행사변형이다.



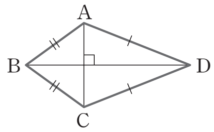
③ 오른쪽 그림과 같은 경우는 평행사변형이 아니다.



④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 □ABCD는 평행사변형이다.

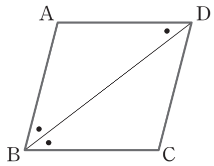


⑤ 오른쪽 그림과 같은 경우는 평행사변형이 아니다.



따라서 평행사변형이 아닌 것은 ③, ⑤이다.

19 오른쪽 그림에서 대각선 BD가 ∠B를 이등분하므로



∠ABD=∠CBD

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

∠ADB=∠CBD (엇각)

즉, ∠ABD=∠ADB

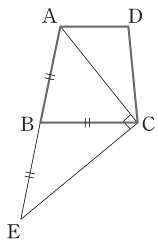
따라서 △ABD는 이등변삼각형이므로 $\overline{AB}=\overline{AD}$에서

□ABCD는 마름모이다.

$\therefore\ \overline{AB}=24\times\frac{1}{4}=6(\mathrm{cm})$

TIP 대각선이 내각을 이등분하는 평행사변형은 마름모임을 이해한다.

20 주어진 조건으로 그림을 그려 보면 오른쪽 그림과 같다.

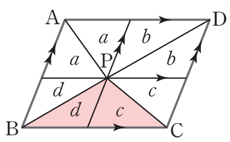


△AEC가 직각삼각형이고, 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 점 B는 △AEC의 외심이다.

$\therefore\ \overline{AB}=\overline{BE}=\overline{BC}$

따라서 □ABCD는 두 변 AB, BC의 길이가 같다.

21 오른쪽 그림과 같이 평행사변형의 내부의 한 점 P를 중심으로 만들어지는 4개의 삼각형에서 마주 보는 삼각형끼리의 넓이의 합은 각각 같다.

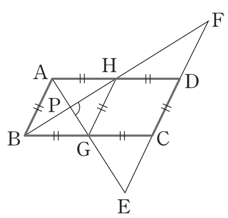


즉, △ABP+△CDP=△APD+△BCP이므로

22+26=25+△BCP

∴ △BCP=23 cm^2

22 오른쪽 그림에서 두 점 H, G는 각각 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$의 중점이므로



$\overline{AH}=\overline{HD}$이고, $\overline{BG}=\overline{GC}$이다.

또, 평행사변형 ABCD에서

$\overline{AD}=\overline{BC}$이므로

$\overline{AH}=\overline{HD}=\overline{BG}=\overline{GC}$

$\therefore\ \overline{AH}=\overline{BG},\ \overline{AH}/\!/\overline{BG}$

따라서 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로

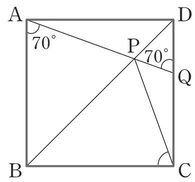
□ABGH는 평행사변형이다.

또, $\overline{AD}=2\overline{AB}=2\overline{AH}$에서 $\overline{AB}=\overline{AH}$이므로

□ABGH는 마름모이다.

∴ ∠EPF=90°

23 오른쪽 그림에서 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로



∠BAQ=∠AQD=70° (엇각)

△ABP와 △CBP에서

$\overline{AB}=\overline{CB}$

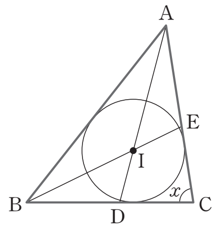
∠ABP=∠CBP=45°

$\overline{BP}$는 공통이므로

△ABP≡△CBP (SAS 합동)

∴ ∠BCP=∠BAP=70°

24 오른쪽 그림과 같이 ∠C=∠x라 하면 점 I는 △ABC의 내심이므로



∠DIE=∠AIB

$=90^\circ+\frac{1}{2}\angle x$

또, ∠ADB+∠AEB=210°이므로

∠CDI+∠CEI=360°−210°=150°

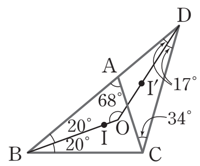
□IDCE에서

$90^\circ+\frac{1}{2}\angle x+150^\circ+\angle x=360^\circ$

$\frac{3}{2}\angle x=120^\circ\qquad\therefore\ \angle x=80^\circ$

따라서 ∠C의 크기는 80°이다.

25 오른쪽 그림에서 점 I는 △ABC의 내심이므로



$\angle ABO=\frac{1}{2}\times40^\circ=20^\circ$

$\overline{AC}=\overline{AD}$이므로

$\angle ACD=\angle ADC=\frac{1}{2}\times68^\circ=34^\circ$

또, 점 I′은 △ACD의 내심이므로 $\angle ADI'=\frac{1}{2}\times34^\circ=17^\circ$

△DBO의 세 내각의 크기의 합이 180°이므로

∠BOD=∠IOI′=180°−(20°+17°)=143°

1 도형의 닮음

1 STEP 주제별 실력다지기

47~51쪽

1 (1) 16 (2) $\frac{7}{3}$ (3) 7
2 22 cm
3 (1) $\frac{22}{3}$ (2) 8
4 $\frac{9}{2}$
5 $\frac{16}{3}$ cm
6 ③, ⑤
7 1 : 3
8 9 cm
9 (1) 12 cm (2) 2 : 1
10 (1) $\frac{12}{5}$ cm (2) $\frac{9}{5}$ cm (3) $\frac{16}{5}$ cm
11 $\frac{20}{3}$ cm
12 $\frac{16}{5}$ cm
13 $\frac{84}{25}$ cm²
14 40 cm
15 $\frac{36}{5}$ cm
16 5 cm
17 150 cm²
18 $\frac{15}{4}$ cm
19 $\frac{8}{3}$ cm
20 $\frac{35}{2}$ cm
21 10 cm
22 $\frac{3}{2}$ cm
23 8 cm
24 3 cm

1 (1) $\angle BAC=\angle DEA$, $\angle ACB=\angle EAD$이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle EDA$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{AC} : \overline{EA}=\overline{BC} : \overline{DA}$이므로
$12 : 6=x : 8$, $6x=96$
$\therefore x=16$

(2) $\angle ABC=\angle EDC$, $\angle C$는 공통이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle EDC$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{AC} : \overline{EC}=\overline{BC} : \overline{DC}$이므로
$10 : 6=(x+6) : 5$, $6(x+6)=50$
$x+6=\frac{25}{3}$ $\quad\therefore x=\frac{7}{3}$

(3) $\angle ABC=\angle ADE$, $\angle A$는 공통이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle ADE$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{AB} : \overline{AD}=\overline{AC} : \overline{AE}$이므로
$6 : 3=(3+x) : 5$, $3(3+x)=30$
$3+x=10$ $\quad\therefore x=7$

2 $\triangle ABD$에서
$\angle EDF=\angle BAD+\angle ABD=\angle BAD+\angle CAF$
$=\angle BAC$ ⋯⋯ ㉠
$\triangle BCE$에서
$\angle DEF=\angle EBC+\angle BCE=\angle EBC+\angle ABD$
$=\angle ABC$ ⋯⋯ ㉡
㉠, ㉡에서 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ (AA 닮음)
즉, $\overline{AB} : \overline{DE}=\overline{BC} : \overline{EF}$이므로 $\overline{AB} : 3=8 : 4$
$4\overline{AB}=24$ $\quad\therefore \overline{AB}=6$(cm)
또 $\overline{AB} : \overline{DE}=\overline{AC} : \overline{DF}$이므로 $6 : 3=\overline{AC} : 4$
$3\overline{AC}=24$ $\quad\therefore \overline{AC}=8$(cm)
따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는
$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=6+8+8=22$(cm)

다른 풀이
$\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ (AA 닮음)이고
$\overline{BC} : \overline{EF}=8 : 4=2 : 1$이므로 닮음비는 $2 : 1$이다.
이때 $\triangle DEF$의 둘레의 길이가 $3+4+4=11$(cm)이므로
$\triangle ABC$의 둘레의 길이는 $2\times 11=22$(cm)

3 (1) $\overline{OA} : \overline{OC}=\overline{OB} : \overline{OD}=2 : 3$, $\angle AOB=\angle COD$
이므로 $\triangle OAB \backsim \triangle OCD$ (SAS 닮음)
따라서 $\overline{OB} : \overline{OD}=\overline{AB} : \overline{CD}$이므로
$2 : 3=x : 11$, $3x=22$
$\therefore x=\frac{22}{3}$

(2) $\overline{AB} : \overline{AE}=\overline{AC} : \overline{AD}=2 : 1$, $\angle A$는 공통이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle AED$ (SAS 닮음)
따라서 $\overline{AB} : \overline{AE}=\overline{BC} : \overline{ED}$이므로
$2 : 1=x : 4$ $\quad\therefore x=8$

4 $\triangle ABC$와 $\triangle DBA$에서
$\overline{AB} : \overline{DB}=\overline{BC} : \overline{BA}=3 : 2$, $\angle B$는 공통이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle DBA$ (SAS 닮음)
따라서 $\overline{AB} : \overline{DB}=\overline{AC} : \overline{DA}$이므로
$3 : 2=x : 3$, $2x=9$
$\therefore x=\frac{9}{2}$

5 $\triangle ABC$와 $\triangle DBA$에서
$\overline{AB} : \overline{DB}=\overline{BC} : \overline{BA}=3 : 2$, $\angle B$는 공통이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle DBA$ (SAS 닮음)
따라서 $\overline{AC} : \overline{AD}=3 : 2$이므로
$8 : \overline{AD}=3 : 2$, $3\overline{AD}=16$ $\quad\therefore \overline{AD}=\frac{16}{3}$(cm)

6 $\triangle DBA$와 $\triangle ABC$에서
$\angle BAD=\angle BCA$이고, $\angle B$는 공통이므로
$\triangle DBA \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)
① 대응각이므로 $\angle ADB=\angle CAB$
② $\overline{AB}:\overline{CB}=\overline{BD}:\overline{BA}$이므로 $\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}$
④ $\overline{AB}:\overline{CB}=\overline{AD}:\overline{CA}$이므로 $\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{AD}\times\overline{BC}$
따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다.

7 $\triangle ABC$와 $\triangle ACD$에서
$\angle ABC=\angle ACD$, $\angle A$는 공통이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle ACD$ (AA 닮음)
$\overline{AC}\times\overline{BC}=\overline{CD}\times\overline{AB}$이므로
$5\times8=4\times\overline{AB}$
$\therefore \overline{AB}=10(\text{cm})$
또, $\overline{AC}^2=\overline{AD}\times\overline{AB}$이므로
$5^2=\overline{AD}\times10$
$\therefore \overline{AD}=\frac{5}{2}(\text{cm})$
$\triangle ADC:\triangle DBC=\overline{AD}:\overline{BD}$이고,
$\overline{BD}=\overline{AB}-\overline{AD}=10-\frac{5}{2}=\frac{15}{2}(\text{cm})$이므로
$\triangle ADC:\triangle DBC=\frac{5}{2}:\frac{15}{2}=1:3$

8 $\triangle ABC$와 $\triangle DAC$에서
$\angle ABC=\angle DAC$, $\angle C$는 공통이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle DAC$ (AA 닮음)
$\overline{AC}^2=\overline{CD}\times\overline{CB}$이므로
$4^2=2\times\overline{BC}$ $\quad\therefore \overline{BC}=8(\text{cm})$
$\therefore \overline{BD}=\overline{BC}-\overline{DC}=8-2=6(\text{cm})$
또, $\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{AD}\times\overline{BC}$이므로
$6\times4=\overline{AD}\times8$ $\quad\therefore \overline{AD}=3(\text{cm})$
$\therefore \overline{AD}+\overline{BD}=3+6=9(\text{cm})$

9 $\triangle ABC$와 $\triangle DBE$에서
$\angle BAC=\angle BDE$, $\angle B$는 공통이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle DBE$ (AA 닮음)
(1) $\overline{AE}=x$ cm라 하면
$\overline{AB}:\overline{DB}=\overline{BC}:\overline{BE}$에서
$(x+2):(4+3)=4:2$, $2(x+2)=28$
$x+2=14$ $\quad\therefore x=12$
따라서 $\overline{AE}$의 길이는 12 cm이다.
(2) $\overline{AC}:\overline{DE}=\overline{BC}:\overline{BE}=4:2=2:1$

10 (1) $\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{AD}\times\overline{BC}$에서
$3\times4=\overline{AD}\times5$ $\quad\therefore \overline{AD}=\frac{12}{5}(\text{cm})$
(2) $\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}$에서
$3^2=\overline{BD}\times5$ $\quad\therefore \overline{BD}=\frac{9}{5}(\text{cm})$
(3) $\overline{AC}^2=\overline{CD}\times\overline{CB}$에서
$4^2=\overline{CD}\times5$ $\quad\therefore \overline{CD}=\frac{16}{5}(\text{cm})$

11 $\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}$에서
$4^2=\overline{BD}\times3$ $\quad\therefore \overline{BD}=\frac{16}{3}(\text{cm})$
또, $\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}$에서
$\overline{AB}^2=\frac{16}{3}\times\left(\frac{16}{3}+3\right)=\frac{400}{9}$
$\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=\frac{20}{3}(\text{cm})$

다른 풀이
$\overline{AC}^2=\overline{CD}\times\overline{CB}$에서
$5^2=3\times\overline{BC}$ $\quad\therefore \overline{BC}=\frac{25}{3}(\text{cm})$
또, $\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{AD}\times\overline{BC}$에서
$\overline{AB}\times5=4\times\frac{25}{3}$ $\quad\therefore \overline{AB}=\frac{20}{3}(\text{cm})$

12 $\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}$에서
$\overline{AD}^2=2\times8=16$
$\overline{AD}>0$이므로 $\overline{AD}=4(\text{cm})$
직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이다.
$\therefore \overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times(2+8)=5(\text{cm})$
$\triangle ADM$에서 $\overline{AD}^2=\overline{AQ}\times\overline{AM}$이므로
$4^2=\overline{AQ}\times5$ $\quad\therefore \overline{AQ}=\frac{16}{5}(\text{cm})$

13 $\triangle ABC:\triangle ADM=\overline{BC}:\overline{DM}$이므로
$\triangle ADM=\frac{\overline{DM}}{\overline{BC}}\times\triangle ABC$
$\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}$에서
$6^2=\overline{BD}\times10$ $\quad\therefore \overline{BD}=\frac{18}{5}(\text{cm})$
따라서 $\overline{DM}=\overline{BM}-\overline{BD}=5-\frac{18}{5}=\frac{7}{5}(\text{cm})$이므로
$\triangle ADM=\frac{\frac{7}{5}}{10}\times\left(\frac{1}{2}\times8\times6\right)=\frac{84}{25}(\text{cm}^2)$

다른 풀이
$\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}$에서
$6^2=\overline{BD}\times10$ $\quad\therefore \overline{BD}=\frac{18}{5}(\text{cm})$
$\therefore \overline{DM}=\overline{BM}-\overline{BD}=5-\frac{18}{5}=\frac{7}{5}(\text{cm})$
또, $\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{AD}\times\overline{BC}$에서

$6\times8=\overline{AD}\times10 \qquad \therefore \overline{AD}=\frac{24}{5}(\mathrm{cm})$

$\therefore \triangle ADM=\frac{1}{2}\times\overline{DM}\times\overline{AD}$

$=\frac{1}{2}\times\frac{7}{5}\times\frac{24}{5}$

$=\frac{84}{25}(\mathrm{cm}^2)$

14 $\triangle ABH \backsim \triangle CAH$(AA 닮음)이므로

$\triangle ABH$와 $\triangle CAH$의 닮음비를 $1:k$라 하면 둘레의 길이의 비도 $1:k$이다.

$24:32=1:k,\ 24k=32 \qquad \therefore k=\frac{4}{3}$

즉, $\overline{AH}=\frac{4}{3}\overline{BH}$이므로 $\overline{BH}=\frac{3}{4}\overline{AH}$

$\triangle ABH$에서 $\overline{AB}+\overline{BH}+\overline{HA}=10+\frac{3}{4}\overline{AH}+\overline{AH}=24$

$\frac{7}{4}\overline{AH}=14 \qquad \therefore \overline{AH}=8(\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{BH}=24-(10+8)=6(\mathrm{cm})$

$\overline{AH}^2=\overline{BH}\times\overline{HC}$이므로 $8^2=6\times\overline{HC}$

$\therefore \overline{HC}=\frac{32}{3}(\mathrm{cm})$

또, $\overline{AB}\times\overline{CA}=\overline{BC}\times\overline{AH}$이므로

$10\times\overline{CA}=\left(6+\frac{32}{3}\right)\times8 \qquad \therefore \overline{CA}=\frac{40}{3}(\mathrm{cm})$

따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=10+\frac{50}{3}+\frac{40}{3}=40(\mathrm{cm})$

15 $\triangle ABE$와 $\triangle CBD$에서

$\angle BEA=\angle BDC=90^\circ$, $\angle B$는 공통이므로

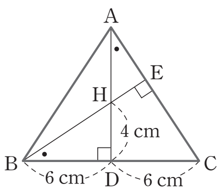
$\triangle ABE \backsim \triangle CBD$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB}:\overline{CB}=\overline{BE}:\overline{BD}$에서

$10:12=6:\overline{BD},\ 10\overline{BD}=72$

$\therefore \overline{BD}=\frac{36}{5}(\mathrm{cm})$

16 오른쪽 그림의



$\triangle ADC$와 $\triangle BEC$에서

$\angle ADC=\angle BEC=90^\circ$

$\angle C$는 공통이므로

$\triangle ADC \backsim \triangle BEC$ (AA 닮음)

$\therefore \angle CAD=\angle CBE$

$\triangle BDH$와 $\triangle ADC$에서

$\angle BDH=\angle ADC=90^\circ$, $\angle HBD=\angle CAD$이므로

$\triangle BDH \backsim \triangle ADC$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{BD}:\overline{AD}=\overline{DH}:\overline{DC}$에서

$6:(\overline{AH}+4)=4:6,\ 4(\overline{AH}+4)=36$

$\overline{AH}+4=9 \qquad \therefore \overline{AH}=5(\mathrm{cm})$

17 $\triangle AFD$와 $\triangle CFE$에서

$\angle ADF=\angle CEF=90^\circ$, $\angle AFD=\angle CFE$ (맞꼭지각)이므로

$\triangle AFD \backsim \triangle CFE$ (AA 닮음)

이때 $\overline{DF}:\overline{EF}=\overline{AF}:\overline{CF}$에서

$9:5=15:\overline{CF},\ 9\overline{CF}=75 \qquad \therefore \overline{CF}=\frac{25}{3}(\mathrm{cm})$

또, $\triangle ABE \backsim \triangle CBD$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AE}:\overline{CD}=\overline{BE}:\overline{BD}$에서

$20:\frac{52}{3}=\overline{BE}:13,\ \frac{52}{3}\overline{BE}=260 \qquad \therefore \overline{BE}=15(\mathrm{cm})$

$\therefore \triangle ABE=\frac{1}{2}\times\overline{BE}\times\overline{AE}$

$=\frac{1}{2}\times15\times20$

$=150(\mathrm{cm}^2)$

18 $\angle PDB=\angle DBC$ (엇각), $\angle PBD=\angle DBC$ (접은 각)

이므로 $\angle PDB=\angle PBD$

즉, $\triangle PBD$는 이등변삼각형이므로

$\overline{PB}=\overline{PD}$이고, $\overline{BQ}=\overline{DQ}=5$ cm

또, $\triangle PBQ$와 $\triangle DBC$에서

$\angle PQB=\angle DCB=90^\circ$, $\angle PBQ=\angle DBC$이므로

$\triangle PBQ \backsim \triangle DBC$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{PQ}:\overline{DC}=\overline{BQ}:\overline{BC}$에서

$\overline{PQ}:6=5:8,\ 8\overline{PQ}=30$

$\therefore \overline{PQ}=\frac{15}{4}(\mathrm{cm})$

> **TIP** 직사각형의 대각선을 접는 선으로 하여 접는 경우 접은 각의 크기와 엇각의 크기가 같으므로 이등변삼각형이 만들어진다.

19 $\triangle ABE$와 $\triangle ECD$에서 $\angle B=\angle C$ …… ㉠

$\triangle ABE$에서 $\angle ABE+\angle BAE=\angle AED+\angle DEC$이므로

$\angle BAE=\angle CED$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\triangle ABE \backsim \triangle ECD$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB}:\overline{EC}=\overline{BE}:\overline{CD}$이므로 $4:3=\overline{BE}:2$

$\therefore \overline{BE}=\frac{8}{3}(\mathrm{cm})$

20 $\triangle BFD$와 $\triangle CEF$에서 $\angle B=\angle C=60^\circ$ …… ㉠

$\angle BFD+\angle BDF=180^\circ-60^\circ=120^\circ$이고,

$\angle BFD+\angle CFE=180^\circ-60^\circ=120^\circ$이므로

$\angle BDF=\angle CFE$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\triangle BFD \backsim \triangle CEF$ (AA 닮음)

$\overline{AD}=\overline{DF}=14$ cm이므로

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{DB}=14+16=30(\text{cm})$

즉, 정삼각형 ABC의 한 변의 길이는 30 cm이므로

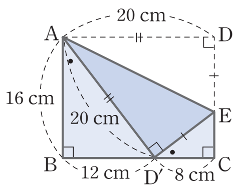
$\overline{CF}=\overline{BC}-\overline{BF}=30-10=20(\text{cm})$

이때 $\overline{BD}:\overline{CF}=\overline{FD}:\overline{EF}$에서

$16:20=14:\overline{EF}$, $16\overline{EF}=280$ $\quad\therefore \overline{EF}=\dfrac{35}{2}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AE}=\overline{EF}=\dfrac{35}{2}(\text{cm})$

21 오른쪽 그림에서



$\triangle ADE \equiv \triangle AD'E$이므로

$\overline{DE}=\overline{D'E}$, $\overline{AD'}=\overline{AD}=20$ cm

$\angle ABD'=\angle AD'E=\angle D'CE$,

$\angle BAD'=90^\circ-\angle AD'B$

$\qquad\quad =\angle CD'E$

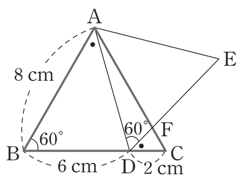
이므로 $\triangle ABD' \backsim \triangle D'CE$ (AA 닮음)

$\overline{AB}:\overline{D'C}=\overline{AD'}:\overline{D'E}$에서

$16:8=20:\overline{D'E}$ $\quad\therefore \overline{D'E}=10(\text{cm})$

$\therefore \overline{DE}=\overline{D'E}=10$ cm

22 오른쪽 그림의



$\triangle ABD$와 $\triangle DCF$에서

$\angle ABD=\angle DCF=60^\circ$,

$\angle BAD=180^\circ-(60^\circ+\angle ADB)$

$\qquad\quad =\angle CDF$

이므로 $\triangle ABD \backsim \triangle DCF$ (AA 닮음)

$\triangle ABC$는 정삼각형이므로

$\overline{AB}=\overline{BC}=6+2=8(\text{cm})$

$\overline{AB}:\overline{DC}=\overline{BD}:\overline{CF}$에서

$8:2=6:\overline{CF}$, $8\overline{CF}=12$

$\therefore \overline{CF}=\dfrac{3}{2}(\text{cm})$

23 $\triangle ABF \backsim \triangle EFC$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AF}:\overline{EC}=\overline{AB}:\overline{EF}=2:4=1:2$

$\triangle AFE \backsim \triangle ECD$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AF}:\overline{EC}=\overline{EF}:\overline{DC}$에서

$1:2=4:\overline{DC}$ $\quad\therefore \overline{CD}=8(\text{cm})$

24 $\triangle DEF \backsim \triangle AFC$ (AA 닮음)이므로

$\overline{DE}:\overline{AF}=\overline{EF}:\overline{FC}=3:6=1:2$

$\triangle BDE \backsim \triangle BAF$ (AA 닮음)이므로

$\overline{BE}:\overline{BF}=\overline{DE}:\overline{AF}$에서

$\overline{BE}:(\overline{BE}+3)=1:2$

$2\overline{BE}=\overline{BE}+3$ $\quad\therefore \overline{BE}=3(\text{cm})$

2 STEP 실력 높이기

52~56쪽

1 (1) $\frac{1}{6}S$ (2) $\frac{1}{5}S$		**2** $\frac{2}{3}$	**3** $2:1$
4 $9:11$	**5** $\frac{9}{2}$ cm	**6** 15	**7** $4:1$
8 $\frac{96}{25}$	**9** $\frac{168}{125}$ cm	**10** $4:1$	**11** $\frac{48}{5}$ cm
12 6	**13** $\frac{20}{3}$ cm	**14** $19:6$	**15** $5:1$
16 $7:1$	**17** $\frac{4}{3}$ cm	**18** 40°	**19** $4:5$
20 $8:1$			

1 (1) $\triangle OAD \backsim \triangle OCE$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AO}:\overline{CO}=\overline{AD}:\overline{CE}=2:1$

$\therefore \triangle AEO=\dfrac{2}{3}\triangle AEC=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{2}\triangle ABC$

$\qquad =\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\square ABCD=\dfrac{1}{6}\square ABCD$

$\qquad =\dfrac{1}{6}S$

다른 풀이

점 O는 $\triangle BCD$의 무게중심이므로

$\triangle OEC=\dfrac{1}{6}\triangle BCD=\dfrac{1}{6}\times\dfrac{1}{2}\square ABCD$

$\qquad =\dfrac{1}{12}\square ABCD=\dfrac{1}{12}S$

$\therefore \triangle AEO=\triangle AEC-\triangle OEC$

$\qquad =\dfrac{1}{4}S-\dfrac{1}{12}S=\dfrac{1}{6}S$

(2) $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DE}$이므로

$\triangle ABE=\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\square ABCD=\dfrac{1}{2}S$

또, $\triangle ABF \backsim \triangle ECF$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AF}:\overline{EF}=\overline{BF}:\overline{CF}=3:2$

$\therefore \triangle BEF=\dfrac{2}{5}\triangle ABE=\dfrac{2}{5}\times\dfrac{1}{2}S=\dfrac{1}{5}S$

다른 풀이

$\overline{AB}:\overline{EC}=\overline{BF}:\overline{CF}=3:2$에서

$\triangle ABF:\triangle ECF=3:2$

$\triangle BEC$와 $\triangle ABE$에서

$\triangle BEF$는 공통이므로

$\triangle BEC : \triangle ABE = 2 : 3$에서

$3\triangle BEC = 2\triangle ABE$

$\therefore \triangle BEC = \frac{2}{3}\triangle ABE = \frac{2}{3}\triangle ABC = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}S = \frac{1}{3}S$

$\therefore \triangle BEF = \frac{3}{5}\triangle BEC = \frac{3}{5} \times \frac{1}{3}S = \frac{1}{5}S$

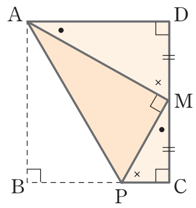
2 $\triangle ABC$와 $\triangle DBE$에서

$\overline{AB} : \overline{DB} = \overline{BC} : \overline{BE} = 3 : 2$이고, $\angle B$는 공통이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle DBE$ (SAS 닮음)

$\therefore \frac{\overline{DE}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{DB}}{\overline{AB}} = \frac{2}{3}$

3 오른쪽 그림에서



$\overline{BP} = \overline{MP}$이므로

$\overline{BP} : \overline{PC} = \overline{MP} : \overline{PC}$ ······ ㉠

$\triangle AMD \backsim \triangle MPC$ (AA 닮음)이고

$\overline{AM} = \overline{AB}$이므로

$\overline{MP} : \overline{PC} = \overline{AM} : \overline{MD}$

$= \overline{AB} : \overline{MD}$

$= 2 : 1$ ······ ㉡

㉠, ㉡에서

$\overline{BP} : \overline{PC} = \overline{MP} : \overline{PC} = 2 : 1$

4 $\overline{AM} = a$라 하면 $\overline{MD} = 2a$, $\overline{BC} = 3a$

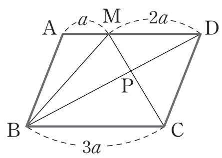
$\triangle PDM \backsim \triangle PBC$ (AA 닮음)이므로

$\overline{PM} : \overline{PC} = \overline{MD} : \overline{CB} = 2 : 3$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BM}$을 그으면

$\triangle BCM$에서 삼각형의 넓이는 높이가

같을 때, 밑변의 길이에 비례하므로



$\triangle BCP = \frac{3}{5}\triangle BCM$

$= \frac{3}{5} \times \frac{1}{2}\square ABCD$

$= \frac{3}{10}\square ABCD$

$\square ABPM = \triangle ABM + \triangle BPM$

$= \frac{1}{3}\triangle ABD + \frac{2}{5}\triangle BCM$

$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}\square ABCD + \frac{2}{5} \times \frac{1}{2}\square ABCD$

$= \frac{1}{6}\square ABCD + \frac{1}{5}\square ABCD$

$= \frac{11}{30}\square ABCD$

$\therefore \triangle BCP : \square ABPM = \frac{3}{10} : \frac{11}{30} = 9 : 11$

5 $\triangle BCD \backsim \triangle BAC$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AC} \times \overline{BC} = \overline{CD} \times \overline{AB}$에서

$4 \times 3 = 2 \times \overline{AB}$ $\quad \therefore \overline{AB} = 6(\text{cm})$

또, $\overline{BC}^2 = \overline{BD} \times \overline{BA}$이므로

$3^2 = \overline{BD} \times 6$ $\quad \therefore \overline{BD} = \frac{3}{2}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AD} = \overline{AB} - \overline{BD} = 6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2}(\text{cm})$

6 $\triangle ABD \backsim \triangle CAD$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AB} : \overline{CA} = \overline{AD} : \overline{CD}$에서

$20 : \overline{AC} = 12 : 9$, $12\overline{AC} = 180$ $\quad \therefore \overline{AC} = 15$

7 $\overline{AB}^2 = \overline{BD} \times \overline{BC}$, $\overline{AC}^2 = \overline{CD} \times \overline{CB}$에서

$\overline{AB}^2 : \overline{AC}^2 = \overline{BD} \times \overline{BC} : \overline{CD} \times \overline{BC} = \overline{BD} : \overline{CD}$

$\therefore \overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB}^2 : \overline{AC}^2 = 4^2 : 2^2 = 4 : 1$

8 서술형

변형 단계 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = \frac{1}{2} \times 10 \times \overline{AD}$

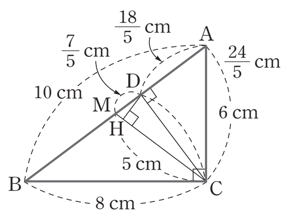
이므로 $\overline{AD} = \frac{24}{5}$

$\triangle ADC$에서 $\overline{AD}^2 = \overline{AE} \times \overline{AC}$이므로

풀이 단계 $\left(\frac{24}{5}\right)^2 = \overline{AE} \times 6$

확인 단계 $\therefore \overline{AE} = \frac{96}{25}$

9 오른쪽 그림에서



$\overline{AC}^2 = \overline{AD} \times \overline{AB}$이므로

$6^2 = \overline{AD} \times 10$

$\therefore \overline{AD} = \frac{18}{5}(\text{cm})$

$\overline{AM} = \overline{BM} = \frac{1}{2}\overline{AB}$

$= \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm})$

이므로

$\overline{DM} = \overline{AM} - \overline{AD} = 5 - \frac{18}{5} = \frac{7}{5}(\text{cm})$

또, $\overline{AC} \times \overline{BC} = \overline{CD} \times \overline{AB}$에서

$6 \times 8 = \overline{CD} \times 10$ $\quad \therefore \overline{CD} = \frac{24}{5}(\text{cm})$

점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로

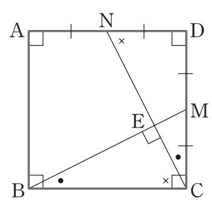
$\overline{CM} = \overline{AM} = \overline{BM} = 5\text{ cm}$

따라서 $\triangle CDM$에서 $\overline{CD} \times \overline{DM} = \overline{DH} \times \overline{CM}$이므로

$\frac{24}{5} \times \frac{7}{5} = \overline{DH} \times 5$

$\therefore \overline{DH} = \frac{168}{125}(\text{cm})$

10 오른쪽 그림에서



$\triangle BCM \equiv \triangle CDN$ (SAS 합동)

$\triangle BCE$에서

$\angle EBC + \angle ECB$

$= \angle NCD + \angle ECB = 90°$

즉, $\angle BEC=90^\circ$이므로

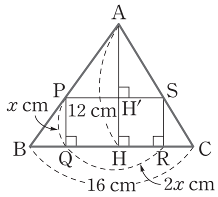
$\triangle BCE \backsim \triangle CME$ (AA 닮음)

$\overline{BC}:\overline{CM}=\overline{EC}:\overline{EM}=\overline{BE}:\overline{CE}=2:1$이므로

$\overline{BE}=2\overline{CE}=2\times 2\overline{EM}=4\overline{EM}$

$\therefore \overline{BE}:\overline{EM}=4:1$

11 오른쪽 그림에서



$\overline{PQ}=x$ cm라 하면 $\overline{QR}=2x$ cm

$\overline{AH}$와 $\overline{PS}$가 만나는 점을 H′이라 하면

$\triangle APS \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)에서

$\overline{AH'}:\overline{AH}=\overline{PS}:\overline{BC}$이므로

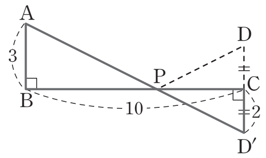
$(12-x):12=2x:16$

$24x=16(12-x)$, $24x=192-16x$

$40x=192 \qquad \therefore x=\dfrac{24}{5}$

따라서 $\overline{QR}$의 길이는 $2\times\dfrac{24}{5}=\dfrac{48}{5}$(cm)

12 서술형



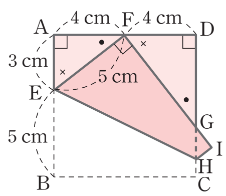
표현 단계 오른쪽 그림과 같이 점 D를 $\overline{BC}$를 대칭축으로 하여 대칭이동한 점을 D′이라 할 때, $\overline{AD'}$과 $\overline{BC}$가 만나는 점이 P이면 $\overline{AP}+\overline{DP}$의 길이가 최소가 된다.

변형 단계 $\triangle PAB \backsim \triangle PD'C$ (AA 닮음)에서
$\overline{AB}:\overline{D'C}=\overline{BP}:\overline{CP}$이므로

풀이 단계 $3:2=\overline{BP}:(10-\overline{BP})$
$2\overline{BP}=30-3\overline{BP}$, $5\overline{BP}=30$

확인 단계 $\therefore \overline{BP}=6$

13 오른쪽 그림에서



$\angle EAF=\angle FDG=90^\circ$이고,

$\angle AEF=90^\circ-\angle AFE=\angle DFG$

이므로

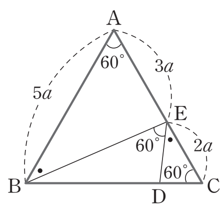
$\triangle EAF \backsim \triangle FDG$ (AA 닮음)

$\overline{FD}=8-4=4$(cm), $\overline{EF}=\overline{EB}=8-3=5$(cm)이므로

$\overline{EA}:\overline{FD}=\overline{EF}:\overline{FG}$에서

$3:4=5:\overline{FG}$, $3\overline{FG}=20 \qquad \therefore \overline{FG}=\dfrac{20}{3}$(cm)

14 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}=2a$,



$\overline{EA}=3a$라 하면 정삼각형 ABC의 한 변의 길이는 $5a$이다.

$\angle BAE=\angle ECD=60^\circ$이고,

$\angle ABE=180^\circ-(60^\circ+\angle AEB)$

$=\angle CED$

이므로

$\triangle ABE \backsim \triangle CED$ (AA 닮음)

즉, $\overline{AB}:\overline{CE}=\overline{AE}:\overline{CD}$에서

$5a:2a=3a:\overline{CD} \qquad \therefore \overline{CD}=\dfrac{6}{5}a$

또, $\overline{BD}=\overline{BC}-\overline{CD}=5a-\dfrac{6}{5}a=\dfrac{19}{5}a$이므로

$\overline{BD}:\overline{DC}=\dfrac{19}{5}a:\dfrac{6}{5}a=19:6$

TIP 정삼각형의 한 내각의 크기

정삼각형 ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로 $\angle B=\angle C$
마찬가지로 생각하면 $\overline{BA}=\overline{BC}$에서 $\angle A=\angle C$이다.
즉, $\angle A=\angle B=\angle C$이다.
삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로
$\angle A+\angle B+\angle C=3\angle A=180^\circ \qquad \therefore \angle A=60^\circ$
즉, $\angle A=\angle B=\angle C=60^\circ$이므로 정삼각형의 한 내각의 크기는 60°이다.

15 $\overline{BP}=3a$, $\overline{PC}=2a$라 하면

$\overline{BC}=\overline{BP}+\overline{PC}=3a+2a=5a$

$\overline{AB}:\overline{BC}=6:5$에서 $\overline{AB}:5a=6:5 \qquad \therefore \overline{AB}=6a$

$\triangle ABP$와 $\triangle PCQ$에서

$\angle B=\angle C$,

$\angle B+\angle BAP+\angle APB=180^\circ$이고

$\angle APB+\angle APQ+\angle CPQ=180^\circ$이므로

$\angle BAP=\angle CPQ$

$\therefore \triangle ABP \backsim \triangle PCQ$ (AA 닮음)

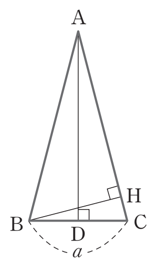
즉, $\overline{AB}:\overline{PC}=\overline{BP}:\overline{CQ}$이므로

$6a:2a=3a:\overline{CQ}$, $6a\times\overline{CQ}=6a^2 \qquad \therefore \overline{CQ}=a$

$\therefore \overline{AQ}=\overline{AC}-\overline{QC}=\overline{AB}-\overline{QC}=6a-a=5a$

$\therefore \overline{AQ}:\overline{QC}=5a:a=5:1$

16 서술형



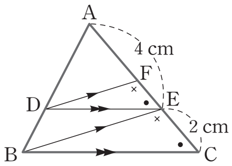
표현 단계 오른쪽 그림에서 $\overline{BC}=a$라 하고, 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 D라 하면 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로 $\overline{BD}=\overline{CD}$이다.
즉, $\overline{AB}=\overline{AC}=2a$, $\overline{CD}=\dfrac{1}{2}a$이다.

변형 단계 $\triangle ACD$와 $\triangle BCH$에서
$\angle ADC=\angle BHC=90^\circ$, $\angle C$는 공통이므로
$\triangle ACD \backsim \triangle BCH$ (AA 닮음)

풀이 단계 즉, $\overline{AC}:\overline{BC}=\overline{CD}:\overline{CH}$에서
$2a:a=\dfrac{1}{2}a:\overline{CH} \qquad \therefore \overline{CH}=\dfrac{1}{4}a$
따라서 $\overline{AH}=2a-\dfrac{1}{4}a=\dfrac{7}{4}a$이므로

확인 단계 $\overline{AH}:\overline{CH}=\dfrac{7}{4}a:\dfrac{1}{4}a=7:1$

17 오른쪽 그림에서



$\triangle ADE \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)

이므로

$\overline{DE} : \overline{BC} = \overline{AE} : \overline{AC}$

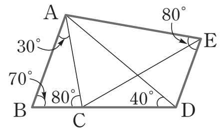
$= 4 : (4+2) = 2 : 3$

또, $\triangle DEF \backsim \triangle BCE$ (AA 닮음)이므로

$\overline{DE} : \overline{BC} = \overline{EF} : \overline{CE}$에서

$2 : 3 = \overline{EF} : 2$, $3\overline{EF} = 4$ $\quad \therefore \overline{EF} = \frac{4}{3}(\text{cm})$

18 오른쪽 그림에서



$\triangle ABC \backsim \triangle ADE$이므로

$\angle AED = \angle ACB$

$= 180° - (30° + 70°) = 80°$이고

$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE}$ $\quad \cdots\cdots$ ㉠

$\triangle ABD$와 $\triangle ACE$에서

$\angle BAD = \angle CAE$ $\quad \cdots\cdots$ ㉡

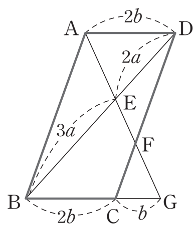
㉠, ㉡에서 $\triangle ABD \backsim \triangle ACE$ (SAS 닮음)

따라서 $\angle AEC = \angle ADB = 40°$이므로

$\angle CED = \angle AED - \angle AEC = 80° - 40° = 40°$

> **TIP 닮은 평면도형의 성질**
> 서로 닮은 두 평면도형에 대하여 대응하는 선분의 길이의 비는 일정하고 대응각의 크기는 서로 같다.
> 예를 들어 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$에 대하여
> $\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{EF} = \overline{AC} : \overline{DF}$이고
> $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$이다.

19 오른쪽 그림에서



$\square ABCD$가 평행사변형이므로

$\overline{AD} = \overline{BC}$

$\triangle EDA \backsim \triangle EBG$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AD} : \overline{GB} = \overline{AE} : \overline{GE} = \overline{DE} : \overline{BE}$

$= 2 : 3$

$\overline{AD} = 2b$라 하면 $\overline{CG} = b$이고

$\triangle FDA \backsim \triangle FCG$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AF} : \overline{GF} = \overline{AD} : \overline{GC} = 2 : 1$

즉, $\overline{AE} = \frac{2}{5}\overline{AG}$, $\overline{AF} = \frac{2}{3}\overline{AG}$이므로

$\overline{EF} = \overline{AF} - \overline{AE} = \frac{2}{3}\overline{AG} - \frac{2}{5}\overline{AG} = \frac{4}{15}\overline{AG}$

또, $\overline{FG} = \frac{1}{3}\overline{AG}$

따라서 $\overline{EF} : \overline{FG} = \frac{4}{15}\overline{AG} : \frac{1}{3}\overline{AG} = 4 : 5$

20 [1단계]에서 지워지는 정삼각형의 한 변의 길이는 처음 정삼각형의 한 변의 길이의 $\frac{1}{2}$

[2단계]에서 지워지는 정삼각형의 한 변의 길이는 처음 정삼각형의 한 변의 길이의 $\frac{1}{2^2}$

[3단계]에서 지워지는 정삼각형의 한 변의 길이는 처음 정삼각형의 한 변의 길이의 $\frac{1}{2^3}$

⋮

같은 방법으로 [n단계]에서 지워지는 정삼각형의 한 변의 길이는 처음 정삼각형의 한 변의 길이의 $\frac{1}{2^n}$ (n은 자연수)이다.

[6단계]에서 지워지는 정삼각형의 한 변의 길이는 처음 정삼각형의 한 변의 길이의 $\frac{1}{2^6}$이므로 [3단계]에서 지워지는 정삼각형과 [6단계]에서 지워지는 정삼각형의 닮음비는

$\frac{1}{2^3} : \frac{1}{2^6} = 2^3 : 1 = 8 : 1$

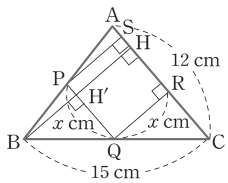
3 STEP 최고 실력 완성하기

57~58쪽

1 4 : 1	**2** 9 cm	**3** 9 : 4	**4** 5 : 7
5 9 cm	**6** $\frac{27}{2}$ cm	**7** $\frac{16}{9}$ cm	**8** 70°
9 8 : 1	**10** $b^2=ac$		

1 △ODA∽△OBC (AA 닮음)이므로
$\overline{OD}:\overline{OB}=\overline{DA}:\overline{BC}=2:6=1:3$
∴ $\overline{OD}=\frac{1}{4}\overline{BD}$
△EDA∽△EBM (AA 닮음)이므로
$\overline{ED}:\overline{EB}=\overline{DA}:\overline{BM}=2:3$
∴ $\overline{ED}=\frac{2}{5}\overline{BD}$, $\overline{BE}=\frac{3}{5}\overline{BD}$
이때 $\overline{EO}=\overline{ED}-\overline{OD}=\frac{2}{5}\overline{BD}-\frac{1}{4}\overline{BD}=\frac{3}{20}\overline{BD}$이므로
$\overline{BE}:\overline{EO}=\frac{3}{5}\overline{BD}:\frac{3}{20}\overline{BD}=4:1$
∴ △ABE : △AEO $=\overline{BE}:\overline{EO}=4:1$

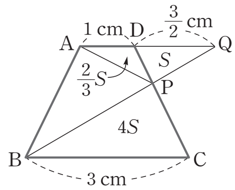
2 오른쪽 그림에서



△ABC $=\frac{1}{2}\times12\times\overline{BH}=48$
∴ $\overline{BH}=8$(cm)
□PQRS의 한 변의 길이를 x cm라 하고, $\overline{BH}$와 $\overline{PQ}$가 만나는 점을 H′이라 하면
△PBQ∽△ABC (AA 닮음)에서
$\overline{BH'}:\overline{BH}=\overline{PQ}:\overline{AC}$이므로
$(8-x):8=x:12$, $12(8-x)=8x$
$3(8-x)=2x$, $24-3x=2x$
$5x=24$ ∴ $x=\frac{24}{5}$
또, $\overline{BQ}:\overline{BC}=\overline{PQ}:\overline{AC}$이므로
$\overline{BQ}:15=\frac{24}{5}:12$ ∴ $\overline{BQ}=6$(cm)
∴ $\overline{QC}=\overline{BC}-\overline{BQ}=15-6=9$(cm)

3 $\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}$이고, $\overline{AC}^2=\overline{CD}\times\overline{CB}$이므로
$\overline{AB}^2:\overline{AC}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}:\overline{CD}\times\overline{BC}$
$=\overline{BD}:\overline{CD}$ …… ㉠
또, □BPQD $=\overline{BD}\times\overline{BP}$이고, □DQRC $=\overline{CD}\times\overline{BP}$이므로
□BPQD : □DQRC $=\overline{BD}\times\overline{BP}:\overline{CD}\times\overline{BP}$
$=\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}^2:\overline{AC}^2$ (∵ ㉠)
$=3^2:2^2=9:4$

4 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$의 연장선과 $\overline{BP}$의 연장선이 만나는 점을 Q라 하면

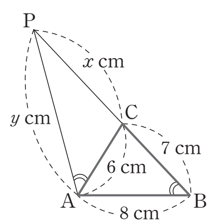


△PQD∽△PBC (AA 닮음)이므로
$\overline{QD}:\overline{BC}=\overline{DP}:\overline{CP}=1:2$에서
$\overline{QD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{3}{2}$(cm)
이때 △PQD : △PBC $=1^2:2^2=1:4$이므로
△PQD $=S$ cm²라 하면 △PBC $=4S$ cm²
△PQA에서
△PDA : △PQD $=\overline{AD}:\overline{DQ}=1:\frac{3}{2}=2:3$
∴ △PDA $=\frac{2}{3}S$ cm²
또, △ABQ에서
△ABP : △APQ $=\overline{BP}:\overline{PQ}=\overline{PC}:\overline{PD}=2:1$
즉, △ABP : $\left(S+\frac{2}{3}S\right)=2:1$에서
△ABP $=\frac{10}{3}S$ cm²
∴ △ABP : (△PDA + △PBC)
$=\frac{10}{3}S:\left(\frac{2}{3}S+4S\right)=\frac{10}{3}S:\frac{14}{3}S=5:7$

다른 풀이

사다리꼴 ABCD의 높이를 $3h$ cm라 하면 △BPC의 높이는 $2h$ cm, △PDA의 높이는 h cm이므로
□ABCD $=\frac{1}{2}\times(1+3)\times3h=6h$(cm²)
△PDA $=\frac{1}{2}\times1\times h=\frac{h}{2}$(cm²)
△PBC $=\frac{1}{2}\times3\times2h=3h$(cm²)
∴ △ABP : (△PDA + △PBC)
$=\left(6h-\frac{h}{2}-3h\right):\left(\frac{h}{2}+3h\right)$
$=5:7$

5 오른쪽 그림과 같이



$\overline{PC}=x$ cm, $\overline{PA}=y$ cm라 하면
△PAC∽△PBA (AA 닮음)이므로
$y^2=x(x+7)$ …… ㉠
$8y=6(x+7)$ …… ㉡
㉡을 ㉠에 대입하면

$y^2=x(x+7)=x\times\frac{4}{3}y \qquad \therefore y=\frac{4}{3}x$

$y=\frac{4}{3}x$를 ㉡에 대입하면

$8\times\frac{4}{3}x=6(x+7)$, $\frac{14}{3}x=42 \qquad \therefore x=9$

따라서 $\overline{PC}$의 길이는 9 cm이다.

6 △ABE와 △ACF에서

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 ∠B=∠C, ∠BAE=∠CAF

∴ △ABE≡△ACF (ASA 합동)

∴ $\overline{AE}=\overline{AF}=4$ cm

이때 △ABE와 △ADB에서

$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AE}:\overline{AB}=2:3$,

∠BAD는 공통이므로

△ABE∽△ADB (SAS 닮음)

$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{BE}:\overline{DB}$이므로 $6:9=4:\overline{BD}$

$6\overline{BD}=36 \qquad \therefore \overline{BD}=6$(cm)

또, $\overline{AC}:\overline{AD}=\overline{AE}:\overline{AC}=2:3$이고 ∠CAD는 공통이므로

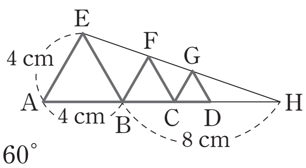
△ACE∽△ADC (SAS 닮음)

$\overline{CA}:\overline{DA}=\overline{CE}:\overline{DC}$이므로 $6:9=5:\overline{CD}$

$6\overline{CD}=45 \qquad \therefore \overline{CD}=\frac{15}{2}$(cm)

$\therefore \overline{BD}+\overline{CD}=6+\frac{15}{2}=\frac{27}{2}$(cm)

7 오른쪽 그림에서



△ABE, △BCF, △CDG는 정삼각형이므로

∠EAB=∠FBC=∠GCD=60°

이때 동위각의 크기가 같으므로 $\overline{AE}/\!/\overline{BF}/\!/\overline{CG}$

즉, △HEA∽△HFB (AA 닮음)이므로

$\overline{HA}:\overline{HB}=\overline{EA}:\overline{FB}$에서 $12:(12-4)=4:\overline{FB}$

$12\overline{FB}=32 \qquad \therefore \overline{FB}=\frac{8}{3}$(cm)

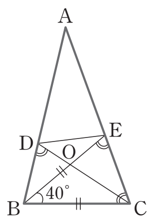
$\therefore \overline{HC}=\overline{HB}-\overline{BC}=\overline{HB}-\overline{FB}=8-\frac{8}{3}=\frac{16}{3}$(cm)

△HFB∽△HGC (AA 닮음)이므로

$\overline{HB}:\overline{HC}=\overline{FB}:\overline{GC}$에서 $8:\frac{16}{3}=\frac{8}{3}:\overline{GC}$

$\therefore \overline{CG}=\frac{16}{9}$(cm)

8 오른쪽 그림의 △OBD와 △OCE에서



∠BDO=∠CEO,

∠DOB=∠EOC (맞꼭지각)

이므로 △OBD∽△OCE (AA 닮음)

$\therefore \overline{OD}:\overline{OE}=\overline{OB}:\overline{OC}$ …… ㉠

한편, △ODE와 △OBC에서

∠DOE=∠BOC이고, ㉠이므로

△ODE∽△OBC (SAS 닮음)

∴ ∠ODE=∠OBC=40° …… ㉡

또, △BCE는 이등변삼각형이므로

∠BEC=∠BCE=∠BDC

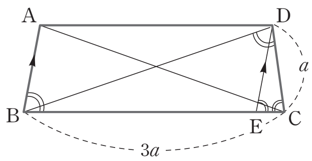
$=\frac{1}{2}\times(180°-40°)=70°$ …… ㉢

㉡, ㉢에서

∠ADE=180°−(∠ODE+∠BDC)

=180°−(40°+70°)=70°

9



위의 그림에서 $\overline{DC}=a$라 하면 $\overline{BC}=3a$

□ABCD는 등변사다리꼴이므로 ∠B=∠C이고,

$\overline{AB}/\!/\overline{DE}$이므로 ∠B=∠DEC (동위각)

∴ ∠DEC=∠C

또, $\overline{BD}=\overline{BC}$에서 ∠C=∠BDC이므로

△BCD∽△DCE (AA 닮음)

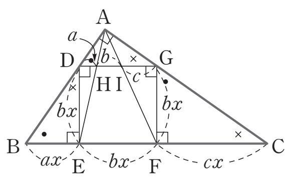
즉, $\overline{BC}:\overline{DC}=\overline{DC}:\overline{EC}$이므로

$\overline{DC}^2=\overline{BC}\times\overline{EC}$, $a^2=3a\times\overline{EC} \qquad \therefore \overline{EC}=\frac{a}{3}$

$\therefore \overline{BE}:\overline{EC}=\left(3a-\frac{a}{3}\right):\frac{a}{3}$

$=\frac{8}{3}a:\frac{a}{3}=8:1$

10 오른쪽 그림에서



$\overline{AD}:\overline{AB}=1:x$라 하면

$\overline{DG}/\!/\overline{BC}$에서

$\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{DH}:\overline{BE}$

$=\overline{HI}:\overline{EF}$

$=\overline{IG}:\overline{FC}$

이므로 $\overline{BE}=ax$, $\overline{EF}=bx$, $\overline{FC}=cx$

또, □DEFG는 정사각형이므로 $\overline{DE}=\overline{FG}=\overline{EF}=bx$이고,

△BED∽△DAG∽△GFC (AA 닮음)에서

$\overline{BE}:\overline{GF}=\overline{DE}:\overline{CF}$

즉, $ax:bx=bx:cx \qquad \therefore b^2=ac$

2 닮음의 응용

1 주제별 실력다지기

60~69쪽

1 (1) $\frac{8}{3}$ (2) $\frac{5}{2}$	**2** (1) $\frac{15}{2}$ (2) $\frac{24}{5}$		**3** 6 cm
4 ㄱ, ㄷ, ㄹ, ㅂ	**5** (1) 풀이 참조 (2) 풀이 참조		
6 4 : 3	**7** 3 cm^2	**8** 6 cm	**9** 6 cm^2
10 (1) 풀이 참조 (2) 풀이 참조		**11** 18 cm^2	**12** 6
13 24 cm	**14** $\frac{7}{3}$ cm	**15** 9 cm	**16** $\frac{3}{2}$ cm
17 2 cm	**18** $\frac{25}{4}$	**19** $\frac{21}{2}$	
20 풀이 참조	**21** 4 cm	**22** 1 : 1	
23 16 : 11	**24** (1) 12 (2) 4	**25** $\frac{12}{5}$	**26** $\frac{9}{8}$
27 18 cm	**28** 9 cm^2	**29** 2	
30 104 cm^2	**31** $\frac{10}{3}$ cm^2	**32** $\frac{2}{3}$ cm^2	**33** 5 : 2
34 (1) 직사각형 (2) 마름모 (3) 직사각형 (4) 마름모			
35 풀이 참조	**36** $\frac{3}{2}$배	**37** 3 cm^2	**38** 3 : 1
39 8 cm^2	**40** 48 cm^2	**41** 1 : 7 : 19	**42** 1000개
43 $\frac{190}{37}\pi$ cm^3			

1 (1) $\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AC}:\overline{AE}$이므로
$(6+3):6=8:(8-x)$, $9(8-x)=48$
$8-x=\frac{16}{3}$ $\quad\therefore x=\frac{8}{3}$

다른 풀이
$\overline{AB}:\overline{BD}=\overline{AC}:\overline{CE}$이므로
$(6+3):3=8:x$, $9x=24$
$\therefore x=\frac{8}{3}$

(2) $\overline{AP}:\overline{AQ}=\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{DE}:\overline{BC}$이므로
$5:(5+x)=10:15$, $10(5+x)=75$
$5+x=\frac{15}{2}$ $\quad\therefore x=\frac{5}{2}$

2 (1) $\overline{AC}:\overline{AE}=\overline{AB}:\overline{AD}$이므로
$(12-3):3=x:(10-x)$, $9(10-x)=3x$
$3(10-x)=x$, $30-3x=x$
$4x=30$ $\quad\therefore x=\frac{15}{2}$

다른 풀이
$\overline{AE}:\overline{EC}=\overline{AD}:\overline{DB}$이므로
$3:12=(10-x):10$
또는 $\overline{AC}:\overline{CE}=\overline{AB}:\overline{BD}$이므로
$(12-3):12=x:10$
$\therefore x=\frac{15}{2}$

(2) $\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{DE}:\overline{BC}$이므로
$\overline{AD}:(\overline{AD}+4)=10:14$
$14\overline{AD}=10(\overline{AD}+4)$, $14\overline{AD}=10\overline{AD}+40$
$4\overline{AD}=40$ $\quad\therefore \overline{AD}=10$
또, $\overline{AD}:\overline{AE}=5:6$이므로 $10:\overline{AE}=5:6$
$5\overline{AE}=60$ $\quad\therefore \overline{AE}=12$
$\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$이므로 $10:4=12:x$
$10x=48$ $\quad\therefore x=\frac{24}{5}$

다른 풀이
$\overline{AD}:\overline{AE}=\overline{DB}:\overline{EC}$이므로
$5:6=4:x$, $5x=24$ $\quad\therefore x=\frac{24}{5}$

3 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$이므로 $\overline{AE}:\overline{EC}=\overline{AD}:\overline{DB}=2:3$
$\overline{AB}/\!/\overline{EF}$이므로 $\overline{CF}:\overline{FB}=\overline{CE}:\overline{EA}=3:2$
즉, $\overline{BF}:\overline{BC}=2:(2+3)=2:5$이므로
$\overline{BF}:\overline{BC}=\overline{GF}:\overline{AC}$에서 $2:5=\overline{GF}:15$
$5\overline{GF}=30$ $\quad\therefore \overline{GF}=6$(cm)

4 ㄱ. $\overline{AB}:\overline{AD}=4:10=2:5$,
$\overline{AC}:\overline{AE}=6:15=2:5$이므로
$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AC}:\overline{AE}$
$\therefore \overline{BC}/\!/\overline{DE}$
ㄴ. $\overline{AD}:\overline{DB}=2:6=1:3$,
$\overline{AE}:\overline{EC}=3:12=1:4$이므로
$\overline{AD}:\overline{DB}\neq\overline{AE}:\overline{EC}$
따라서 $\overline{BC}$와 $\overline{DE}$는 평행하지 않다.
ㄷ. $\overline{AD}:\overline{AB}=4:5$,
$\overline{AE}:\overline{AC}=(10-2):10=4:5$이므로
$\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{AE}:\overline{AC}$
$\therefore \overline{BC}/\!/\overline{DE}$

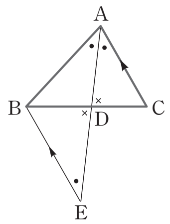
ㄹ. $\overline{AB} : \overline{BD} = 15 : 5 = 3 : 1$,
$\overline{AC} : \overline{CE} = 12 : 4 = 3 : 1$이므로
$\overline{AB} : \overline{BD} = \overline{AC} : \overline{CE}$
$\therefore \overline{BC} /\!/ \overline{DE}$

ㅁ. $\overline{AB} : \overline{AD} = 8 : 3$, $\overline{AC} : \overline{AE} = 10 : 4 = 5 : 2$이므로
$\overline{AB} : \overline{AD} \neq \overline{AC} : \overline{AE}$
따라서 $\overline{BC}$와 $\overline{DE}$는 평행하지 않다.

ㅂ. $\overline{AB} : \overline{AD} = 3 : 9 = 1 : 3$,
$\overline{AC} : \overline{AE} = 4 : 12 = 1 : 3$이므로
$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE}$
$\therefore \overline{BC} /\!/ \overline{DE}$

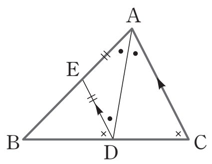
따라서 보기 중 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$인 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ, ㅂ이다.

5 (1) $\overline{AC} /\!/ \overline{BE}$이므로



$\angle BED = \angle CAD$ (엇각)이고,
$\angle BDE = \angle CDA$ (맞꼭지각)이므로
$\triangle DBE \backsim \triangle DCA$ (AA 닮음)
$\therefore \overline{BE} : \overline{CA} = \overline{BD} : \overline{CD}$ …… ㉠
또, $\triangle ABE$에서
$\angle BAE = \angle BEA$이므로 $\overline{BA} = \overline{BE}$
$\therefore \overline{AB} : \overline{AC} = \overline{EB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ ($\because$ ㉠)

(2) $\overline{AC} /\!/ \overline{ED}$이므로

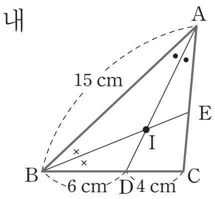


$\angle CAD = \angle EDA$ (엇각)
즉, $\angle EAD = \angle EDA$이므로
$\overline{AE} = \overline{DE}$ …… ㉠
또, $\angle ACB = \angle EDB$ (동위각), $\angle B$는 공통이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle EBD$ (AA 닮음)
$\therefore \overline{AB} : \overline{AC} = \overline{EB} : \overline{ED}$
$= \overline{EB} : \overline{EA}$ ($\because$ ㉠)
$= \overline{BD} : \overline{CD}$

6 삼각형의 내각의 이등분선의 정리에 의해 $\triangle ABD$에서
$\overline{BE} : \overline{DE} = \overline{AB} : \overline{AD} = 4 : 3$이므로
$\triangle CBE : \triangle CDE = \overline{BE} : \overline{DE} = 4 : 3$

7 $\angle BAC = 90^\circ$이므로
$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9(\text{cm}^2)$
$\angle BAD = \angle CAD$이므로 삼각형의 내각의 이등분선의 정리에 의해
$\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 6 : 3 = 2 : 1$이므로
$\triangle ABD : \triangle ACD = \overline{BD} : \overline{CD} = 2 : 1$
$\therefore \triangle ADC = \frac{1}{3} \triangle ABC = \frac{1}{3} \times 9 = 3(\text{cm}^2)$

8 오른쪽 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로

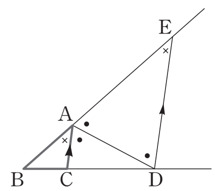


$\angle BAD = \angle CAD$
즉, $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$에서
$15 : \overline{AC} = 6 : 4$, $6\overline{AC} = 60$
$\therefore \overline{AC} = 10(\text{cm})$
또, $\angle ABE = \angle CBE$이므로
$\overline{BA} : \overline{BC} = \overline{AE} : \overline{CE}$에서
$15 : 10 = \overline{AE} : (10 - \overline{AE})$, $15(10 - \overline{AE}) = 10\overline{AE}$
$150 - 15\overline{AE} = 10\overline{AE}$, $25\overline{AE} = 150$
$\therefore \overline{AE} = 6(\text{cm})$

TIP 삼각형의 내심
삼각형의 내심은 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로
$\triangle ABC$의 내심을 I라 하면
$\angle IAB = \angle IAC$, $\angle IBA = \angle IBC$, $\angle ICA = \angle ICB$가 성립한다.

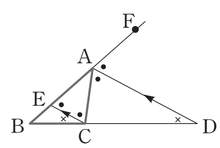
9 삼각형의 내각의 이등분선의 정리에 의해
$\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 6 : 12 = 1 : 2$이므로
$\overline{BD} = x$ cm, $\overline{CD} = 2x$ cm라 하면
$\overline{BC} = x + 2x = 3x(\text{cm})$
$\overline{BM} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 3x = \frac{3}{2}x(\text{cm})$
$\overline{DM} = \overline{BM} - \overline{BD} = \frac{3}{2}x - x = \frac{1}{2}x(\text{cm})$
따라서 $\overline{BC} : \overline{DM} = 3x : \frac{1}{2}x = 6 : 1$이므로
$\triangle ADM = \frac{1}{6}\triangle ABC = \frac{1}{6} \times \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 12\right) = 6(\text{cm}^2)$

10 (1) 오른쪽 그림에서



$\overline{AC} /\!/ \overline{ED}$이므로
$\angle CAD = \angle EDA$ (엇각)
즉, $\angle EAD = \angle EDA$
이므로
$\overline{EA} = \overline{ED}$ …… ㉠
또, $\angle BAC = \angle BED$ (동위각)이고, $\angle B$는 공통이므로
$\triangle BAC \backsim \triangle BED$ (AA 닮음)
$\therefore \overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BE} : \overline{DE}$
$= \overline{BE} : \overline{EA}$ ($\because$ ㉠)
$= \overline{BD} : \overline{CD}$

(2) 오른쪽 그림에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{EC}$이므로



$\angle FAD = \angle AEC$ (동위각)
$\angle DAC = \angle ECA$ (엇각)
즉, $\angle AEC = \angle ACE$이므로
$\overline{AE} = \overline{AC}$ …… ㉠

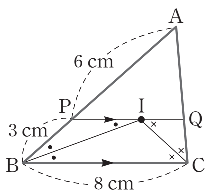
또, $\angle BCE=\angle BDA$ (동위각)이고, $\angle B$는 공통이므로
$\triangle BCE \backsim \triangle BDA$ (AA 닮음)
$\therefore \overline{AB}:\overline{AC}=\overline{AB}:\overline{AE}$ ($\because$ ㉠)
$=\overline{BD}:\overline{CD}$

11 $\overline{AD}$가 $\angle A$의 외각의 이등분선이므로
$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$에서
$\overline{BD}:\overline{CD}=12:8=3:2$
$\therefore \overline{BC}:\overline{CD}=1:2$
이때 $\triangle ABC:\triangle ACD=\overline{BC}:\overline{CD}$이므로
$\triangle ABC:36=1:2$
$\therefore \triangle ABC=18(\mathrm{cm}^2)$

12 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$이므로
$6:4=(3+\overline{CD}):\overline{CD}$
$6\overline{CD}=12+4\overline{CD}$, $2\overline{CD}=12$
$\therefore \overline{CD}=6$

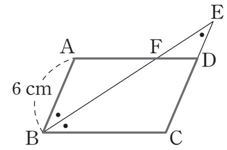
13 삼각형의 내각의 이등분선의 정리에 의해
$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=8:6=4:3$이므로
$4:\overline{CD}=4:3$ $\quad\therefore \overline{CD}=3(\mathrm{cm})$
또, 삼각형의 외각의 이등분선의 정리에 의해
$\overline{BE}:\overline{CE}=\overline{AB}:\overline{AC}=4:3$이므로
$(7+\overline{CE}):\overline{CE}=4:3$
$4\overline{CE}=3(7+\overline{CE})$ $\quad\therefore \overline{CE}=21(\mathrm{cm})$
$\therefore \overline{DE}=\overline{DC}+\overline{CE}=3+21=24(\mathrm{cm})$

14 오른쪽 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로



$\angle PBI=\angle CBI$, $\angle QCI=\angle BCI$ $\cdots\cdots$ ㉠
$\overline{PQ}/\!/\overline{BC}$이므로
$\angle PIB=\angle CBI$ (엇각)
이때 $\angle PBI=\angle PIB$ ($\because$ ㉠)이므로
$\overline{PI}=\overline{PB}=3$ cm $\cdots\cdots$ ㉡
또, $\angle QIC=\angle BCI$ (엇각)이므로
$\angle QIC=\angle QCI$ ($\because$ ㉠)
$\therefore \overline{QC}=\overline{QI}$ $\cdots\cdots$ ㉢
$\triangle APQ \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)이므로
$\overline{AP}:\overline{AB}=\overline{PQ}:\overline{BC}$
$6:9=\overline{PQ}:8$, $9\overline{PQ}=48$ $\quad\therefore \overline{PQ}=\frac{16}{3}(\mathrm{cm})$
㉡, ㉢에서
$\overline{CQ}=\overline{QI}=\overline{PQ}-\overline{PI}=\frac{16}{3}-3=\frac{7}{3}(\mathrm{cm})$

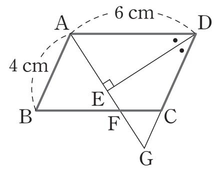
15 오른쪽 그림에서



$\overline{AB}/\!/\overline{DE}$이므로
$\overline{AB}:\overline{DE}=\overline{BF}:\overline{EF}$
$6:\overline{DE}=2:1$, $2\overline{DE}=6$
$\therefore \overline{DE}=3(\mathrm{cm})$
또, $\angle CBE=\angle CEB$이므로 $\overline{CB}=\overline{CE}$
$\therefore \overline{BC}=\overline{CE}=\overline{CD}+\overline{DE}$
$=6+3=9(\mathrm{cm})$

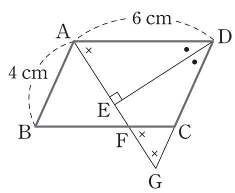
16 삼각형의 내각의 이등분선의 정리에 의해
$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$이므로
$5:3=(4-\overline{CD}):\overline{CD}$
$5\overline{CD}=3(4-\overline{CD})$, $5\overline{CD}=12-3\overline{CD}$
$8\overline{CD}=12$ $\quad\therefore \overline{CD}=\frac{3}{2}(\mathrm{cm})$
이때 $\triangle ADE\equiv\triangle ADC$ (RHA 합동)이므로
$\overline{DE}=\overline{DC}=\frac{3}{2}$ cm

17 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AF}$와 $\overline{DC}$의 연장선이 만나는 점을 G라 하면



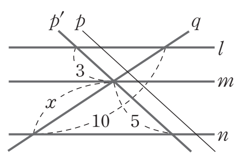
$\triangle DAE$와 $\triangle DGE$에서
$\angle ADE=\angle GDE$, $\overline{DE}$는 공통,
$\angle DEA=\angle DEG=90^\circ$이므로
$\triangle DAE\equiv\triangle DGE$ (ASA 합동)
즉, $\overline{AD}=\overline{DG}=\overline{DC}+\overline{CG}$
$6=4+\overline{CG}$ $\quad\therefore \overline{CG}=2(\mathrm{cm})$
이때 $\triangle GCF \backsim \triangle GDA$ (AA 닮음)이므로
$\overline{GC}:\overline{GD}=\overline{FC}:\overline{AD}$
$2:6=\overline{FC}:6$
$\therefore \overline{CF}=2(\mathrm{cm})$

다른 풀이



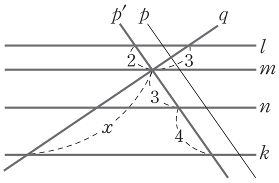
$\triangle DAE\equiv\triangle DGE$ (ASA 합동)
이므로
$\angle DAE=\angle DGE$ $\cdots\cdots$ ㉠
$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로
$\angle DAE=\angle CFG$ (동위각) $\cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서
$\angle CFG=\angle DAE=\angle DGE$
$\therefore \overline{CF}=\overline{CG}=\overline{DG}-\overline{DC}=6-4=2(\mathrm{cm})$

18 오른쪽 그림과 같이 직선 p를 p'으로 평행이동하면



$x:10=5:8$, $8x=50$
$\therefore x=\frac{25}{4}$

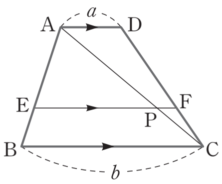
19 오른쪽 그림과 같이 직선 p를 p'으로 평행이동하면



$3 : x = 2 : 7$, $2x = 21$

$\therefore x = \dfrac{21}{2}$

20 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 긋고 $\overline{AC}$와 $\overline{EF}$의 교점을 P라 하면



$\overline{AE} : \overline{EB} = m : n$이므로

$\triangle AEP \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)에서

$\overline{AE} : \overline{AB} = \overline{EP} : \overline{BC}$

$m : (m+n) = \overline{EP} : b$

$\therefore \overline{EP} = \dfrac{bm}{m+n}$ ...... ㉠

$\triangle CFP \backsim \triangle CDA$ (AA 닮음)에서

$\overline{CF} : \overline{CD} = \overline{FP} : \overline{DA}$

$n : (n+m) = \overline{FP} : a$

$\therefore \overline{FP} = \dfrac{an}{m+n}$ ...... ㉡

㉠, ㉡에서

$\overline{EF} = \overline{EP} + \overline{FP} = \dfrac{an+bm}{m+n}$

21 $\triangle OAD \backsim \triangle OCB$ (AA 닮음)이므로

$\overline{OA} : \overline{OC} = \overline{AD} : \overline{CB} = 3 : 6 = 1 : 2$

또, $\triangle AEO \backsim \triangle ABC$(AA 닮음)이므로

$\overline{AO} : \overline{AC} = \overline{EO} : \overline{BC}$

$1 : 3 = \overline{EO} : 6$, $3\overline{EO} = 6$

$\therefore \overline{EO} = 2(\text{cm})$

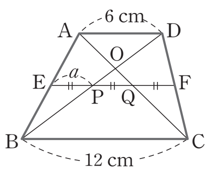
또, $\triangle DOF \backsim \triangle DBC$(AA 닮음)이므로

$\overline{DO} : \overline{DB} = \overline{OF} : \overline{BC}$

$1 : 3 = \overline{OF} : 6$, $3\overline{OF} = 6$ $\quad \therefore \overline{OF} = 2(\text{cm})$

$\therefore \overline{EF} = \overline{EO} + \overline{OF} = 2 + 2 = 4(\text{cm})$

22 오른쪽 그림에서



$\overline{EP} = \overline{PQ} = \overline{QF} = a$,

$\overline{AE} : \overline{EB} = 1 : x$라 하면

$\triangle AEQ \backsim \triangle ABC$(AA 닮음)에서

$\overline{AE} : \overline{AB} = \overline{EQ} : \overline{BC}$

$1 : (1+x) = 2a : 12$

$2a(1+x) = 12$

$\therefore a = \dfrac{6}{1+x}$ ...... ㉠

$\triangle BEP \backsim \triangle BAD$(AA 닮음)에서

$\overline{BE} : \overline{BA} = \overline{EP} : \overline{AD}$

$x : (x+1) = a : 6$, $a(x+1) = 6x$

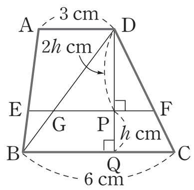
$\therefore a = \dfrac{6x}{x+1}$ ...... ㉡

㉠, ㉡에서

$\dfrac{6}{x+1} = \dfrac{6x}{x+1}$ $\quad \therefore x = 1$

$\therefore \overline{AE} : \overline{EB} = 1 : 1$

23 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 수선을 그어 $\overline{EF}$, $\overline{BC}$와의 교점을 각각 P, Q라 하면



$\overline{DP} : \overline{PQ} = 2 : 1$이므로

$\overline{DP} = 2h$ cm, $\overline{PQ} = h$ cm라 하자.

$\triangle BAD$에서 $\overline{BE} : \overline{BA} = \overline{EG} : \overline{AD}$이므로

$1 : 3 = \overline{EG} : 3$, $3\overline{EG} = 3$ $\quad \therefore \overline{EG} = 1(\text{cm})$ ...... ㉠

$\overline{BD}$를 긋고, $\overline{EP}$와의 교점을 G라 하면

$\triangle DBC$에서 $\overline{DF} : \overline{DC} = \overline{GF} : \overline{BC}$이므로

$2 : 3 = \overline{GF} : 6$, $3\overline{GF} = 12$ $\quad \therefore \overline{GF} = 4(\text{cm})$ ...... ㉡

㉠, ㉡에서 $\overline{EF} = \overline{EG} + \overline{GF} = 1 + 4 = 5(\text{cm})$

따라서 $\square AEFD = \dfrac{1}{2} \times (3+5) \times 2h = 8h(\text{cm}^2)$,

$\square EBCF = \dfrac{1}{2} \times (5+6) \times h = \dfrac{11}{2}h(\text{cm}^2)$이므로

$\square AEFD : \square EBCF = 8h : \dfrac{11}{2}h = 16 : 11$

24 (1) $\triangle CEF \backsim \triangle CAB$이므로

$\overline{CF} : \overline{CB} = \overline{EF} : \overline{AB} = 4 : 6 = 2 : 3$

$\triangle BEF \backsim \triangle BDC$이므로

$\overline{BF} : \overline{BC} = \overline{EF} : \overline{DC}$

$1 : 3 = 4 : x$ $\quad \therefore x = 12$

(2) $\triangle CEF \backsim \triangle CAB$이므로

$\overline{CF} : \overline{CB} = \overline{EF} : \overline{AB}$

$2 : 6 = \overline{EF} : 8$, $6\overline{EF} = 16$

$\therefore \overline{EF} = \dfrac{8}{3}$

또, $\triangle BFE \backsim \triangle BCD$이므로

$\overline{BF} : \overline{BC} = \overline{FE} : \overline{CD}$

$4 : 6 = \dfrac{8}{3} : x$, $4x = 16$

$\therefore x = 4$

25 $\triangle ABE \backsim \triangle CDE$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AE} : \overline{CE} = \overline{AB} : \overline{CD} = 6 : 4 = 3 : 2$

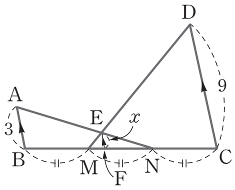
또, $\triangle CEF \backsim \triangle CAB$ (AA 닮음)이므로

$\overline{CE} : \overline{CA} = \overline{EF} : \overline{AB}$

$2 : 5 = x : 6$, $5x = 12$

$\therefore x = \dfrac{12}{5}$

26 오른쪽 그림에서



$\overline{NF}=a$, $\overline{MF}=b$, $\overline{EF}=x$라 하면

$\triangle NEF \backsim \triangle NAB$ (AA 닮음)에서

$\overline{NF} : \overline{NB}=\overline{EF} : \overline{AB}$

$a : 2(a+b)=x : 3$

$\therefore 3a=2(a+b)x$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

또, $\triangle MFE \backsim \triangle MCD$ (AA 닮음)에서

$\overline{MF} : \overline{MC}=\overline{FE} : \overline{CD}$

$b : 2(a+b)=x : 9$

$\therefore 9b=2(a+b)x$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $3a=9b$

$\therefore a=3b$ $\quad\cdots\cdots$ ㉢

㉢을 ㉠에 대입하면

$9b=8bx \qquad \therefore x=\dfrac{9}{8}$

27 $\overline{GG'} : \overline{G'D}=2 : 1$에서 $4 : \overline{G'D}=2 : 1$

$\therefore \overline{G'D}=2(\text{cm})$

$\overline{GD}=4+2=6(\text{cm})$이고, $\triangle ABC$에서

$\overline{AG} : \overline{GD}=2 : 1$이므로

$\overline{AG} : 6=2 : 1 \qquad \therefore \overline{AG}=12(\text{cm})$

$\therefore \overline{AD}=\overline{AG}+\overline{GD}=12+6=18(\text{cm})$

28 삼각형의 세 중선에 의하여 나누어진 6개의 삼각형의 넓이는 같으므로

$\triangle GAF=\triangle BDG=\triangle CEG=18\times\dfrac{1}{6}=3(\text{cm}^2)$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\triangle GAF+\triangle BDG+\triangle CEG=3\times3=9(\text{cm}^2)$

29 삼각형의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

$\overline{DE} /\!/ \overline{FG}$이고

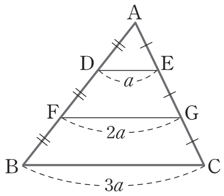
$\overline{FG}=2\overline{DE}=2\times2=4$

$\triangle BED$와 $\triangle CED$에서

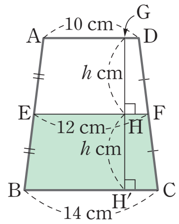
$\overline{FP}=\overline{QG}=\dfrac{1}{2}\overline{DE}=\dfrac{1}{2}\times2=1$

$\therefore \overline{PQ}=\overline{FG}-(\overline{FP}+\overline{QG})=4-(1+1)=2$

TIP 오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 두 점 D, F와 두 점 E, G는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 삼등분점일 때, $\overline{DE}=a$라 하면 $\overline{FG}=2a$, $\overline{BC}=3a$이다.



30 오른쪽 그림에서



$\overline{EF}=\dfrac{1}{2}(\overline{AD}+\overline{BC})=\dfrac{1}{2}\times(10+14)$

$=12(\text{cm})$

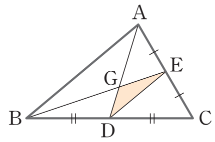
$\overline{AD}$ 위의 점 G에서 $\overline{BC}$에 수선을 그어 $\overline{EF}$, $\overline{BC}$와의 교점을 각각 H, H′이라 하고 $\overline{GH}=\overline{HH'}=h$ cm라 하면

$\square AEFD=\dfrac{1}{2}\times(10+12)\times h=88$에서

$11h=88 \qquad \therefore h=8$

$\therefore \square EBCF=\dfrac{1}{2}\times(12+14)\times8=104(\text{cm}^2)$

31 오른쪽 그림에서 두 점 D, E가 각각 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$의 중점이고, $\overline{BG} : \overline{GE}=2 : 1$이므로

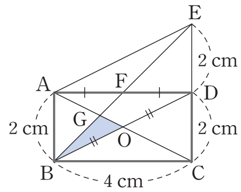


$\triangle GDE=\dfrac{1}{3}\triangle EBD$

$=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\triangle EBC=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\triangle ABC$

$=\dfrac{1}{12}\triangle ABC=\dfrac{1}{12}\times40=\dfrac{10}{3}(\text{cm}^2)$

32 오른쪽 그림에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{DE}$, $\overline{AB}=\overline{DE}$이므로 $\square ABDE$는 평행사변형이다.



평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

$\overline{AF}=\overline{FD}$

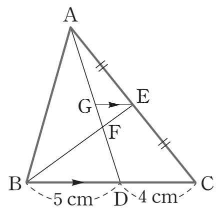
또, $\square ABCD$는 직사각형이므로 $\overline{OB}=\overline{OD}$

즉, 점 G는 $\triangle ABD$의 무게중심이므로 $\overline{AG} : \overline{GO}=2 : 1$

$\therefore \triangle BOG=\dfrac{1}{3}\triangle OAB=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{4}\square ABCD$

$=\dfrac{1}{12}\square ABCD=\dfrac{1}{12}\times(4\times2)=\dfrac{2}{3}(\text{cm}^2)$

33 오른쪽 그림과 같이 $\overline{GE} /\!/ \overline{BC}$가 되도록 $\overline{AD}$ 위에 점 G를 잡으면



$\triangle ADC$에서 $\overline{AE}=\overline{EC}$, $\overline{GE} /\!/ \overline{DC}$이므로

$\overline{GE}=\dfrac{1}{2}\overline{DC}=\dfrac{1}{2}\times4=2(\text{cm})$

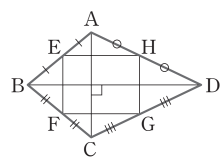
$\triangle BDF$와 $\triangle EGF$에서

$\angle BDF=\angle EGF$ (엇각), $\angle DBF=\angle GEF$ (엇각)

이므로 $\triangle BDF \backsim \triangle EGF$ (AA 닮음)

$\therefore \overline{BF} : \overline{EF}=\overline{BD} : \overline{EG}=5 : 2$

34 (1) 삼각형의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

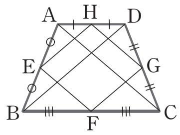


$\overline{EH} /\!/ \overline{BD} /\!/ \overline{FG}$,

$\overline{EF} /\!/ \overline{AC} /\!/ \overline{HG}$이므로

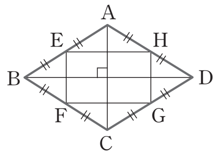
□EFGH는 평행사변형이고 $\angle E=90^\circ$이므로
□EFGH는 직사각형이다.

(2) 삼각형의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해



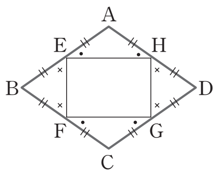
$\overline{EH}=\overline{FG}=\frac{1}{2}\overline{BD}$,
$\overline{EF}=\overline{HG}=\frac{1}{2}\overline{AC}$이고
$\overline{AC}=\overline{BD}$이므로
$\overline{EF}=\overline{FG}=\overline{GH}=\overline{HE}$
따라서 □EFGH는 마름모이다.

(3) 삼각형의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해



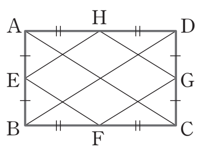
$\overline{EH}/\!/\overline{BD}/\!/\overline{FG}$,
$\overline{EF}/\!/\overline{AC}/\!/\overline{HG}$이므로
□EFGH는 평행사변형이다.
마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하므로
$\overline{AC}\perp\overline{BD}$
따라서 $\angle E=90^\circ$이므로 □EFGH는 직사각형이다.

다른 풀이



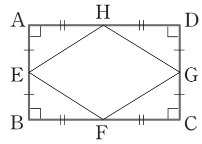
$\triangle AEH$, $\triangle CFG$에서
$\angle A=\angle C$,
$\overline{AE}=\overline{AH}=\overline{CF}=\overline{CG}$
$\therefore$ $\triangle AEH\equiv\triangle CFG$
(SAS 합동) …… ㉠
또, $\triangle BFE$, $\triangle DHG$에서
$\angle B=\angle D$, $\overline{BE}=\overline{BF}=\overline{DG}=\overline{DH}$
$\therefore$ $\triangle BEF\equiv\triangle DHG$ (SAS 합동) …… ㉡
㉠, ㉡에서
$\angle AEH=\angle AHE=\angle CFG=\angle CGF$
$\angle BEF=\angle BFE=\angle DHG=\angle DGH$
□EFGH에서
$\angle E=180^\circ-(\angle AEH+\angle BEF)$
$=\angle F=\angle G=\angle H$
따라서 □EFGH는 네 내각의 크기가 모두 같으므로 직사각형이다.

(4) 삼각형의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해



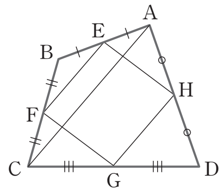
$\overline{EH}=\overline{FG}=\frac{1}{2}\overline{BD}$
$\overline{EF}=\overline{HG}=\frac{1}{2}\overline{AC}$
직사각형의 두 대각선의 길이는 같으므로
$\overline{AC}=\overline{BD}$
$\therefore$ $\overline{EF}=\overline{FG}=\overline{GH}=\overline{HE}$
따라서 □EFGH는 마름모이다.

다른 풀이



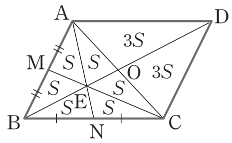
$\overline{AE}=\overline{BE}=\overline{DG}=\overline{CG}$,
$\overline{AH}=\overline{DH}=\overline{BF}=\overline{CF}$,
$\angle A=\angle B=\angle C=\angle D$이므로
$\triangle AEH\equiv\triangle BEF\equiv\triangle CGF$
$\equiv\triangle DGH$ (SAS 합동)
$\therefore$ $\overline{HE}=\overline{EF}=\overline{FG}=\overline{GH}$
즉, □EFGH는 마름모이다.

35 오른쪽 그림과 같이 대각선 AC를 그으면 $\triangle ABC$에서 두 점 E, F가 각각 $\overline{BA}$, $\overline{BC}$의 중점이므로 삼각형의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해



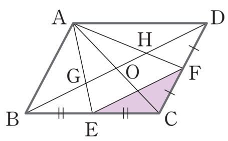
$\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{AC}$, $\overline{EF}/\!/\overline{AC}$ …… ㉠
또, $\triangle ACD$에서 두 점 G, H는 각각 $\overline{DC}$, $\overline{DA}$의 중점이므로 삼각형의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해
$\overline{HG}=\frac{1}{2}\overline{AC}$, $\overline{HG}/\!/\overline{AC}$ …… ㉡
㉠, ㉡에서 $\overline{EF}=\overline{HG}$, $\overline{EF}/\!/\overline{HG}$이다.
따라서 □EFGH는 평행사변형이다.

36 오른쪽 그림과 같이 두 대각선 AC, BD를 긋고, 교점을 O라 하면 점 E는 $\triangle ABC$의 무게중심이다.



$\triangle AME=S$라 하면
$\triangle AME=\triangle BEM=\triangle BNE$
$=\triangle CEN=\triangle COE$
$=\triangle AEO=S$
이고 $\triangle AOD=\triangle ABO=3S$, $\triangle CDO=\triangle BCO=3S$이다.
따라서 □AECD$=S+3S+S+3S=8S$이고,
□ABCD$=12S$이므로 □ABCD의 넓이는 □AECD의 넓이의 $\frac{12S}{8S}=\frac{3}{2}$(배)이다.

37 오른쪽 그림과 같이 대각선 AC를 긋고, $\overline{BD}$와의 교점을 O라 하면 두 점 G, H는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$의 무게중심이므로



$\overline{AG}:\overline{GE}=\overline{AH}:\overline{HF}=2:1$
이때 $\triangle AGH\backsim\triangle AEF$ (AA 닮음)이고 닮음비는 $2:3$이므로 넓이의 비는
$2^2:3^2=4:9$
즉, $\triangle AGH$: □GEFH$=4:5$이므로 $\triangle AGH=4\text{ cm}^2$
이때 $\overline{BG}=\overline{GH}=\overline{HD}$이므로
$\triangle ABG=\triangle AGH=\triangle AHD=4\text{ cm}^2$

$\therefore\ \triangle ABD=\triangle ABG+\triangle AGH+\triangle AHD$

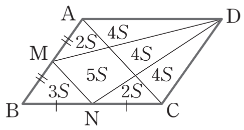
$=4+4+4=12(cm^2)$

또, $\triangle CFE \backsim \triangle CDB$ (AA 닮음)이고 닮음비는 $1:2$이므로 넓이의 비는

$1^2:2^2=1:4$

$\therefore\ \triangle CFE=\dfrac{1}{4}\triangle CBD=\dfrac{1}{4}\triangle ABD=\dfrac{1}{4}\times 12=3(cm^2)$

38 오른쪽 그림과 같이 대각선 AC를 긋고, 평행사변형 ABCD의 넓이를 분할하면



$\triangle DMN : \triangle BNM=(5S+4S):3S$

$=9S:3S=3:1$

다른 풀이

$\triangle AMD=\dfrac{1}{2}\triangle ABD=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\square ABCD=\dfrac{1}{4}\square ABCD$

$\triangle BNM=\dfrac{1}{2}\triangle BCM=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\triangle ABC$

$=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\square ABCD$

$=\dfrac{1}{8}\square ABCD$ ...... ㉠

$\triangle DNC=\dfrac{1}{2}\triangle DBC=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\square ABCD=\dfrac{1}{4}\square ABCD$

$\therefore\ \triangle DMN$

$=\square ABCD-(\triangle AMD+\triangle BNM+\triangle DNC)$

$=\square ABCD-\left(\dfrac{1}{4}\square ABCD+\dfrac{1}{8}\square ABCD+\dfrac{1}{4}\square ABCD\right)$

$=\dfrac{3}{8}\square ABCD$ ...... ㉡

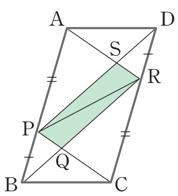
㉠, ㉡에서

$\triangle DMN : \triangle BNM=\dfrac{3}{8}\square ABCD : \dfrac{1}{8}\square ABCD$

$=3:1$

TIP $\overline{AC}$와 $\overline{DM}$의 교점은 $\triangle ABD$의 무게중심이고 $\overline{AC}$와 $\overline{DN}$의 교점은 $\triangle BCD$의 무게중심임을 이해한다.

39 오른쪽 그림에서



$\overline{AP}:\overline{PB}=2:1$이고 $\overline{CR}:\overline{RD}=2:1$이므로 $\overline{AP}=\overline{CR}$, $\overline{PB}=\overline{RD}$이다.

즉, $\square APCR$, $\square DPBR$는 모두 평행사변형이므로 $\square PQRS$는 평행사변형이다.

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$에서 $\triangle PRD=\triangle ARD$이므로

$\triangle PRS=\triangle PRD-\triangle SRD$

$=\triangle ARD-\triangle SRD$

$=\triangle SDA$

$\therefore\ \square PQRS=2\triangle PRS=2\triangle SDA$

또, $\triangle SPA \backsim \triangle SDR$ (AA 닮음)이고 닮음비는 $\overline{AP}:\overline{RD}=2:1$이므로 $\overline{AS}:\overline{RS}=2:1$

$\therefore\ \triangle SDA=\dfrac{2}{3}\triangle ARD$

$=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{3}\triangle ACD$

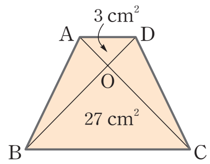
$=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\square ABCD$

$=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times 36$

$=4(cm^2)$

$\therefore\ \square PQRS=2\triangle SDA=2\times 4=8(cm^2)$

40 오른쪽 그림에서



$\triangle OAD \backsim \triangle OCB$ (AA 닮음)이고, 넓이의 비가 $3:27=1:9$이므로 닮음비는 $1:3$이다.

즉, $\overline{AO}:\overline{OC}=1:3$이므로

$\triangle OAB : \triangle OBC=\overline{AO}:\overline{OC}$

$=1:3$

$\triangle OAB:27=1:3$

$3\triangle OAB=27$ $\qquad\therefore\ \triangle OAB=9(cm^2)$

$\triangle OCD=\triangle OAB=9\ cm^2$ 이므로

$\square ABCD=\triangle ODA+\triangle OAB+\triangle OBC+\triangle OCD$

$=3+9+27+9=48(cm^2)$

41 세 입체도형 A, A+B, A+B+C의 닮음비가 $1:2:3$이므로 부피의 비는

$A:(A+B):(A+B+C)=1^3:2^3:3^3$

$=1:8:27$

즉, $A=m$, $A+B=8m$, $A+B+C=27m$ $(m>0)$이라 하면 $A=m$, $B=7m$, $C=19m$이므로

$A:B:C=1:7:19$

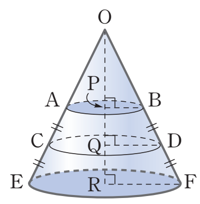
42 닮은 입체를 만드는 것이므로

닮음비 $500:50=10:1$에서

부피의 비는 $10^3:1^3=1000:1$

따라서 모두 1000개의 닮은 동상을 만들 수 있다.

43 오른쪽 그림과 같이 원뿔을 만들면 원 P와 원 R의 넓이의 비가 $1:4$이므로 두 원뿔 OAB, OEF의 닮음비는 $1:2$이다.



즉, $\overline{OP}:\overline{OR}=1:2$에서

$\overline{OP}=h$ cm, $\overline{OR}=2h$ cm라 하면

$\overline{PQ}=\overline{QR}=\dfrac{1}{2}h$ cm이므로 세 원뿔 OAB, OCD, OEF의 닮음비는

$\overline{OP}:\overline{OQ}:\overline{OR}=h:\frac{3}{2}h:2h=2:3:4$

이고 부피의 비는 $2^3:3^3:4^3=8:27:64$이다.

원뿔 OAB의 부피를 $8V$ cm^{3}라 하면

원뿔대 ACDB의 부피는 $27V-8V=19V$(cm^3),

원뿔대 CEFD의 부피는 $64V-27V=37V$(cm^3)이다.

원뿔대 ACDB의 부피를 x cm^{3}라 하면

(원뿔대 ACDB의 부피) : (원뿔대 CEFD의 부피)

$=19:37=x:10\pi$

$\therefore x=\frac{190}{37}\pi$

따라서 구하는 원뿔대의 부피는 $\frac{190}{37}\pi$ cm^{3}이다.

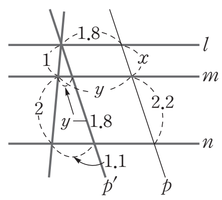
TIP 원뿔대를 높이의 이등분점을 지나고 밑면에 평행한 평면으로 잘라서 두 개의 크고 작은 원뿔대를 만들었을 때, 큰 원뿔대와 작은 원뿔대를 서로 닮은 도형으로 생각하지 않도록 주의한다.

2 STEP 실력 높이기

70~76쪽

1 $x=1.1$, $y=\frac{13}{6}$		**2** 3	**3** $\frac{24}{5}$ cm
4 $\frac{36}{5}$ cm	**5** 7	**6** 2 : 1	**7** $\frac{25}{4}$ cm
8 72 cm^2	**9** $\frac{18}{5}$ cm	**10** 2 : 1	**11** 8 cm
12 5 : 4	**13** 6 cm	**14** 8 cm	
15 (1) 1 : 3 (2) 7 : 9		**16** ②	**17** 12 cm
18 30 cm^2	**19** 21	**20** 4	**21** 5 cm
22 14 cm	**23** 2 cm	**24** 5 : 7	
25 $\frac{30}{7}$ cm	**26** $\frac{1}{5}$	**27** 6배	**28** 4 m

1 오른쪽 그림에서



$l /\!/ m /\!/ n$이므로

$1:2=x:2.2$

$2x=2.2 \qquad \therefore x=1.1$

오른쪽 그림과 같이 직선 p를 p'으로 평행이동하면

$1:(1+2)=(y-1.8):(2.9-1.8)$, $3(y-1.8)=1.1$

$3y-5.4=1.1$, $3y=6.5$

$\therefore y=\frac{13}{6}$

2 서술형

표현 단계 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$에서

$\triangle ABP \backsim \triangle ADQ$ (AA 닮음),

$\triangle APC \backsim \triangle AQE$ (AA 닮음)이므로

$\overline{BP}:\overline{DQ}=\overline{AP}:\overline{AQ}=\overline{PC}:\overline{QE}$

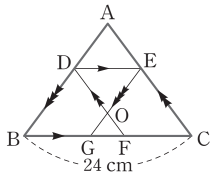
$\therefore \overline{BP}:\overline{DQ}=\overline{PC}:\overline{QE}$

풀이 단계 $\overline{BP}:5=6:10$이므로

$10\overline{BP}=30$

확인 단계 $\therefore \overline{BP}=3$

3 오른쪽 그림에서



$\triangle ADE \backsim \triangle ABC$이므로

$\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{DE} : \overline{BC}$

$2 : (2+3) = \overline{DE} : 24,\ 5\overline{DE} = 48$

$\therefore \overline{DE} = \frac{48}{5}(\text{cm})$

□DFCE는 평행사변형이므로

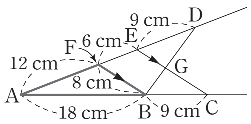
$\overline{FC} = \overline{DE} = \frac{48}{5}(\text{cm})$

또, □DBGE는 평행사변형이므로

$\overline{BG} = \overline{DE} = \frac{48}{5}(\text{cm})$

$\therefore \overline{GF} = \overline{BC} - \overline{BG} - \overline{FC} = 24 - \frac{48}{5} - \frac{48}{5} = \frac{24}{5}(\text{cm})$

4 오른쪽 그림에서



$\triangle ABF \backsim \triangle ACE$ (AA 닮음)

이므로

$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AF} : \overline{FE}$

$18 : 9 = 12 : \overline{FE}$

$18\overline{FE} = 108 \qquad \therefore \overline{FE} = 6(\text{cm})$

또, $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BF} : \overline{CE}$에서

$18 : 27 = 8 : \overline{CE},\ 18\overline{CE} = 216$

$\therefore \overline{CE} = 12(\text{cm})$

한편, $\triangle DEG \backsim \triangle DFB$ (AA 닮음)이므로

$\overline{DE} : \overline{DF} = \overline{EG} : \overline{FB}$

$9 : 15 = \overline{EG} : 8,\ 15\overline{EG} = 72$

$\therefore \overline{EG} = \frac{24}{5}(\text{cm})$

$\therefore \overline{CG} = \overline{CE} - \overline{EG} = 12 - \frac{24}{5} = \frac{36}{5}(\text{cm})$

5 서술형

표현 단계 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\triangle OAD \backsim \triangle OCB$ (AA 닮음)에서

$\overline{OD} : \overline{OB} = \overline{AD} : \overline{CB} = 8 : 12 = 2 : 3$

$\overline{DP} : \overline{BP} = 3 : 1$이므로

변형 단계 $\overline{OD} = 2x$, $\overline{OB} = 3x$라 하면 $\overline{BD} = 2x + 3x = 5x$

$\overline{BP} = y$, $\overline{DP} = 3y$라 하면 $\overline{BD} = y + 3y = 4y$

이므로

$5x = 4y$에서 $y = \frac{5}{4}x$

$\therefore \overline{OP} = \overline{OB} - \overline{BP} = 3x - y = 3x - \frac{5}{4}x = \frac{7}{4}x$

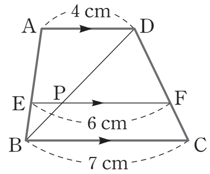
풀이 단계 $\overline{PQ} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\triangle OPQ \backsim \triangle OBC$ (AA 닮음)에서

$\overline{OP} : \overline{OB} = \overline{PQ} : \overline{BC}$

$\frac{7}{4}x : 3x = \overline{PQ} : 12,\ 3\overline{PQ} = 21$

확인 단계 $\therefore \overline{PQ} = 7$

6 오른쪽 그림과 같이 대각선 BD를



긋고, $\overline{AE} : \overline{EB} = 1 : x$라 하면

$\triangle BPE \backsim \triangle BDA$ (AA 닮음)에서

$\overline{BE} : \overline{BA} = \overline{PE} : \overline{DA}$이므로

$x : (x+1) = \overline{PE} : 4$

$\therefore \overline{PE} = \frac{4x}{x+1} \qquad \cdots\cdots$ ㉠

또, $\triangle DPF \backsim \triangle DBC$ (AA 닮음)에서

$\overline{DF} : \overline{DC} = \overline{PF} : \overline{BC}$이므로

$1 : (1+x) = \overline{PF} : 7$

$\therefore \overline{PF} = \frac{7}{x+1} \qquad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서

$\overline{EF} = \overline{PE} + \overline{PF} = \frac{4x+7}{x+1} = 6$

$4x + 7 = 6x + 6,\ 2x = 1 \qquad \therefore x = \frac{1}{2}$

$\therefore \overline{AE} : \overline{EB} = 1 : \frac{1}{2} = 2 : 1$

7 $\triangle EGA \backsim \triangle EBC$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AE} : \overline{CE} = \overline{AG} : \overline{CB} = 9 : 15 = 3 : 5$

$\triangle CEF \backsim \triangle CAB$ (AA 닮음)이므로

$\overline{CE} : \overline{CA} = \overline{EF} : \overline{AB}$

$5 : 8 = \overline{EF} : 10,\ 8\overline{EF} = 50$

$\therefore \overline{EF} = \frac{25}{4}(\text{cm})$

8 $\triangle FEA$와 $\triangle FCD$에서

$\overline{EB} /\!/ \overline{DC}$이므로 $\angle EAF = \angle CDF$ (엇각)

$\angle AFE = \angle DFC$ (맞꼭지각)

$\therefore \triangle FEA \backsim \triangle FCD$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{FE} : \overline{FC} = \overline{AE} : \overline{DC}$에서

$4 : \overline{FC} = 3 : 9,\ 3\overline{FC} = 36$

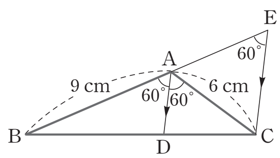
$\therefore \overline{FC} = 12(\text{cm})$

$\therefore \triangle FBC = \frac{1}{2} \times \overline{FC} \times \overline{BE}$

$= \frac{1}{2} \times 12 \times (9+3)$

$= 72(\text{cm}^2)$

9 오른쪽 그림에서



점 C에서 $\overline{AD}$에 평행한 직선을 그어 $\overline{BA}$의 연장선과 만나는 점을 E라 하면

$\angle AEC = \angle BAD = 60°$ (동위각),

$\angle ACE = \angle CAD = 60°$ (엇각)

이므로 $\angle EAC = 180° - (60° + 60°) = 60°$

즉, $\triangle ACE$는 정삼각형이다.

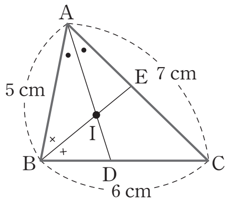
$\therefore \overline{AC}=\overline{AE}=\overline{EC}=6\text{ cm}$

$\triangle BAD \backsim \triangle BEC$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AD}:\overline{EC}=\overline{BA}:\overline{BE}=9:(9+6)=3:5$

$\therefore \overline{AD}=\frac{3}{5}\overline{EC}=\frac{3}{5}\times 6=\frac{18}{5}(\text{cm})$

10 오른쪽 그림에서



점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle BAD=\angle CAD$

삼각형의 내각의 이등분선의 정리에 의해

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$

$5:7=\overline{BD}:(6-\overline{BD})$

$5(6-\overline{BD})=7\overline{BD}$

$30-5\overline{BD}=7\overline{BD}$

$12\overline{BD}=30 \qquad \therefore \overline{BD}=\frac{5}{2}(\text{cm})$

또, $\triangle ABD$에서 $\angle ABI=\angle DBI$이므로

$\overline{AB}:\overline{BD}=\overline{AI}:\overline{ID}=5:\frac{5}{2}=2:1$

$\therefore \overline{AI}:\overline{ID}=2:1$

11 삼각형의 내각의 이등분선의 정리에 의해

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$에서 $8:4=(6-\overline{CD}):\overline{CD}$

$8\overline{CD}=4(6-\overline{CD})$, $2\overline{CD}=6-\overline{CD}$

$3\overline{CD}=6 \qquad \therefore \overline{CD}=2(\text{cm})$ ······ ㉠

삼각형의 외각의 이등분선의 정리에 의해

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BE}:\overline{CE}$에서 $8:4=(6+\overline{CE}):\overline{CE}$

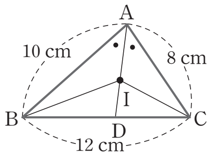
$8\overline{CE}=4(6+\overline{CE})$, $2\overline{CE}=6+\overline{CE}$

$\therefore \overline{CE}=6(\text{cm})$ ······ ㉡

㉠, ㉡에서

$\overline{DE}=\overline{DC}+\overline{CE}=2+6=8(\text{cm})$

12 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AI}$의 연장선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D라 하면 점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로



$\angle BAD=\angle CAD$

삼각형의 내각의 이등분선의 정리에 의해

$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=10:8=5:4$

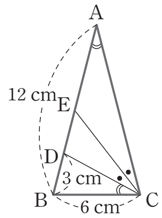
$\therefore \triangle IAB:\triangle ICA$

$=\triangle ABD-\triangle IBD:\triangle ACD-\triangle ICD$

$=\overline{BD}:\overline{CD}$

$=5:4$

13 오른쪽 그림의 $\triangle BCD$와 $\triangle BAC$에서



$\angle BCD=\angle A$이고, $\angle B$는 공통이므로

$\triangle BCD \backsim \triangle BAC$ (AA 닮음)

$\overline{BC}:\overline{BA}=\overline{BD}:\overline{BC}$에서

$\overline{BC}^2=\overline{BD}\times\overline{BA}$

$6^2=\overline{BD}\times 12 \qquad \therefore \overline{BD}=3(\text{cm})$

또, $\overline{BC}:\overline{BA}=\overline{CD}:\overline{AC}$에서

$\overline{AC}\times\overline{BC}=\overline{AB}\times\overline{CD}$

$6\overline{AC}=12\overline{CD}$

즉, $\overline{AC}=2\overline{CD}$이므로 $\overline{AC}:\overline{CD}=2:1$

$\triangle CAD$에서 삼각형의 내각의 이등분선의 정리에 의해

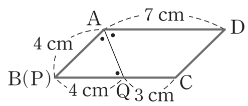
$\overline{AC}:\overline{CD}=\overline{AE}:\overline{ED}$

$2:1=\overline{AE}:(9-\overline{AE})$

$2(9-\overline{AE})=\overline{AE}$, $18-2\overline{AE}=\overline{AE}$, $3\overline{AE}=18$

$\therefore \overline{AE}=6(\text{cm})$

14 (i) 점 P가 점 B에 있을 때,



$\angle BAQ=\angle DAQ$,

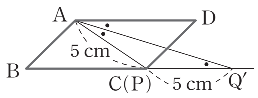
$\angle DAQ=\angle BQA$ (엇각)

이므로 $\angle BAQ=\angle BQA$

이때 $\overline{BQ}=\overline{AB}=4\text{ cm}$이므로

$\overline{QC}=\overline{BC}-\overline{BQ}=7-4=3(\text{cm})$

(ii) 점 P가 점 C에 있을 때,



$\angle CAQ'=\angle DAQ'$,

$\angle DAQ'=\angle CQ'A$ (엇각)

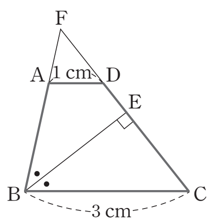
이므로 $\angle CAQ'=\angle CQ'A$

$\therefore \overline{CQ'}=\overline{AC}=5\text{ cm}$

(i), (ii)에서 점 Q가 움직인 거리는

$\overline{QC}+\overline{CQ'}=3+5=8(\text{cm})$

15 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BA}$와 $\overline{CD}$의 연장선의 교점을 F라 하면



$\triangle BFE$와 $\triangle BCE$에서

$\angle FBE=\angle CBE$, $\overline{BE}$는 공통,

$\angle BEF=\angle BEC$이므로

$\triangle BFE \equiv \triangle BCE$ (ASA 합동)

$\therefore \overline{EF}=\overline{EC}$

또, $\triangle FAD \backsim \triangle FBC$ (AA 닮음)에서

$\overline{FD}:\overline{FC}=1:3 \qquad \therefore \overline{FD}:\overline{DC}=1:2$

(1) $\overline{FD}=a$ cm라 하면 $\overline{FC}=3a$ cm이므로

$\overline{FE}=\overline{CE}=\frac{3}{2}a$ cm이고

$\overline{DE}=\overline{FE}-\overline{FD}=\frac{3}{2}a-a=\frac{1}{2}a(\text{cm})$

$\therefore \overline{DE}:\overline{EC}=\frac{1}{2}a:\frac{3}{2}a=1:3$

(2) $\triangle FAD \backsim \triangle FBC$ (AA 닮음)이고 닮음비가 $1:3$이므로 넓이의 비는 $1^2:3^2=1:9$

$\triangle FAD=S\text{ cm}^2$라 하면 $\triangle FBC=9S\text{ cm}^2$이므로

$\triangle FBE=\triangle BCE=\frac{9}{2}S\text{ cm}^2$

$\square ABED=\triangle FBE-\triangle FAD$

$=\frac{9}{2}S-S=\frac{7}{2}S(\text{cm}^2)$

$\therefore \square ABED:\triangle BCE=\frac{7}{2}S:\frac{9}{2}S=7:9$

16 정삼각형은 외심, 내심, 무게중심이 일치한다.

17 $\overline{CG}:\overline{GD}=2:1$이므로

$\overline{CG}:2=2:1 \qquad \therefore \overline{CG}=4(\text{cm})$

$\overline{AD}=\overline{DB}$이고, 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 점 D는 $\triangle ABC$의 외심이다.

따라서 $\overline{AD}=\overline{DB}=\overline{CD}=\overline{CG}+\overline{GD}=4+2=6(\text{cm})$이므로

$\overline{AB}=2\overline{AD}=2\times6=12(\text{cm})$

18 삼각형 ABC의 무게중심 G에 의해 나누어진 6개의 작은 삼각형은 넓이가 모두 같다.

$\therefore \triangle ABC=10\times3=30(\text{cm}^2)$

19 서술형

표현 단계 점 G가 삼각형 ABC의 무게중심이므로

$\triangle GAB=\triangle GBC=\triangle GCA$ …… ㉠

변형 단계 $\triangle ABG$에서 점 E가 $\overline{BG}$의 중점이므로

$\triangle ABE=\triangle AEG$

$\triangle AGC$에서도 같은 방법으로 $\triangle AGF=\triangle AFC$

$\triangle AEG+\triangle AGF=7$이므로

$\triangle GAB+\triangle GCA=2\triangle AEG+2\triangle AGF$

$=2(\triangle AEG+\triangle AGF)$

$=2\times7=14$

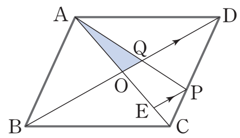
이때 ㉠에 의해 $\triangle GAB=\triangle GCA=7$

풀이 단계 $\therefore \triangle ABC=\triangle GAB+\triangle GBC+\triangle GCA$

$=3\triangle GAB=3\times7$

확인 단계 $=21$

20 서술형



변형 단계 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 위에 $\overline{BD}/\!/\overline{EP}$가 되도록 점 E를 잡으면

$\triangle CDO$에서

$\overline{EP}/\!/\overline{OD}$이므로

$\overline{CP}:\overline{CD}=\overline{CE}:\overline{CO}$

$=\overline{EP}:\overline{OD}=1:3$

$\therefore \overline{EP}=\frac{1}{3}\overline{OD}$

또, $\overline{AO}:\overline{AE}=\overline{OQ}:\overline{EP}=3:5$이므로

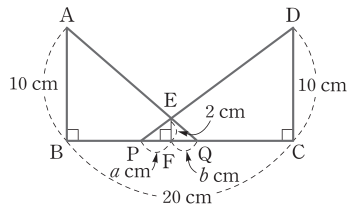
$\overline{OQ}=\frac{3}{5}\times\overline{EP}=\frac{3}{5}\times\frac{1}{3}\overline{OD}=\frac{1}{5}\overline{OD}$

풀이 단계 $\therefore \triangle AOQ=\frac{1}{5}\triangle AOD=\frac{1}{5}\times\frac{1}{4}\square ABCD$

$=\frac{1}{20}\times80$

확인 단계 $=4$

21



위의 그림과 같이 $\overline{PF}=a$ cm, $\overline{FQ}=b$ cm라 하면

$\triangle PEF \backsim \triangle PDC$ (AA 닮음)에서

$\overline{PF}:\overline{PC}=\overline{EF}:\overline{DC}$이므로

$a:\overline{PC}=2:10$, $\overline{PC}=5a(\text{cm})$

$\therefore \overline{FC}=\overline{PC}-\overline{PF}=5a-a=4a(\text{cm})$ …… ㉠

또, $\triangle QEF \backsim \triangle QAB$ (AA 닮음)에서

$\overline{QF}:\overline{QB}=\overline{EF}:\overline{AB}$이므로

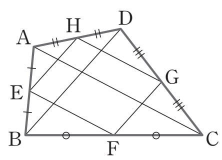
$b:\overline{BQ}=2:10$, $\overline{BQ}=5b(\text{cm})$

$\therefore \overline{BF}=\overline{BQ}-\overline{FQ}=5b-b=4b(\text{cm})$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\overline{BC}=4(a+b)=20$이므로

$a+b=5 \qquad \therefore \overline{PQ}=5$ cm

22 오른쪽 그림의 $\triangle ABD$와 $\triangle CDB$에서 삼각형의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해



$\overline{EH}=\overline{FG}=\frac{1}{2}\overline{BD}$

$\therefore \overline{EH}+\overline{FG}=\overline{BD}=6$ cm …… ㉠

$\triangle DAC$와 $\triangle BCA$에서 삼각형의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

$\overline{HG}=\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{AC}$

$\therefore \overline{HG}+\overline{EF}=\overline{AC}=8$ cm …… ㉡

㉠, ㉡에서

($\square$EFGH의 둘레의 길이)$=\overline{AC}+\overline{BD}$

$=8+6=14(\text{cm})$

TIP 사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형

오른쪽 그림과 같이 $\square$ABCD의 각 변의 중점을 연결하여 만든 $\square$EFGH에 대하여

$\overline{EF}=\overline{GH}=\frac{1}{2}\overline{AC}$, $\overline{EH}=\overline{FG}=\frac{1}{2}\overline{BD}$이므로

$\square$EFGH의 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

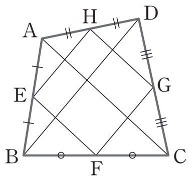
따라서 $\square$EFGH는 평행사변형이다.

한편, $\square$EFGH의 둘레의 길이는

$\overline{EF}+\overline{FG}+\overline{GH}+\overline{EH}=\frac{1}{2}\overline{AC}+\frac{1}{2}\overline{BD}+\frac{1}{2}\overline{AC}+\frac{1}{2}\overline{BD}$

$=\overline{AC}+\overline{BD}$

즉, $\square$ABCD의 두 대각선의 길이의 합과 같다.



23 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 위에 $\overline{BC}/\!/\overline{ME}$인 점 E를 잡으면 삼각형의 중점을 연결한 선분의 성질의 역에 의해

$\overline{AE}=\overline{EC}$

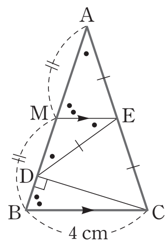
$\triangle$ADC에서 점 E가 직각삼각형의 외심이므로 $\overline{AE}=\overline{EC}=\overline{ED}$

따라서 $\angle MDE=\angle A$이고,

$\angle AME=\angle B=2\angle A$이므로

$\angle MED=\angle AME-\angle MDE=2\angle A-\angle A=\angle A$

$\therefore \overline{MD}=\overline{ME}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 4=2(\text{cm})$



24 오른쪽 그림에서 두 점 M, N이 각각 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$의 중점이므로

$\overline{MN}=\frac{1}{2}(\overline{AD}+\overline{BC})$

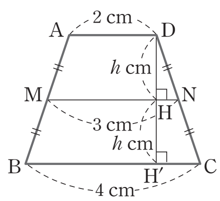
$=\frac{1}{2}\times(2+4)=3(\text{cm})$

또, 점 D에서 $\overline{MN}$, $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H$'$이라 하고, $\overline{DH}=\overline{HH'}=h$ cm라 하면

$\square AMND=\frac{1}{2}\times(2+3)\times h=\frac{5}{2}h(\text{cm}^2)$

$\square MBCN=\frac{1}{2}\times(3+4)\times h=\frac{7}{2}h(\text{cm}^2)$

$\therefore \square AMND:\square MBCN=\frac{5}{2}h:\frac{7}{2}h=5:7$



25 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$ 위에 $\overline{AB}/\!/\overline{MN}$인 점 N을 잡으면

$\triangle OMN \backsim \triangle OAB$에서

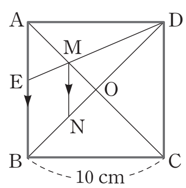
$\overline{AB}=\overline{BC}=10$ cm,

$\overline{ON}:\overline{OB}=\overline{OM}:\overline{OA}=2:5$이므로

$\overline{MN}:10=2:5$, $5\overline{MN}=20$ $\quad\therefore \overline{MN}=4(\text{cm})$

이때 $\overline{OD}=\overline{OB}$이므로

$\overline{DN}:\overline{DB}=\overline{MN}:\overline{EB}$에서



$7:10=4:\overline{EB}$, $7\overline{EB}=40$ $\quad\therefore \overline{EB}=\frac{40}{7}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AE}=\overline{AB}-\overline{EB}=10-\frac{40}{7}=\frac{30}{7}(\text{cm})$

26 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 위에 $\overline{BE}/\!/\overline{DG}$인 점 G를 잡으면 삼각형의 중점을 연결한 선분의 성질의 역에 의해 $\overline{AG}=\overline{GE}$

즉, $\overline{AG}=\overline{GE}=\overline{EC}$

$\triangle CEF:\triangle CGD=1:2^2=1:4$에서 $\triangle CGD=4S_1$

$\therefore \square DFEG=\triangle CGD-\triangle CEF=4S_1-S_1=3S_1$

$\overline{AG}:\overline{GC}=1:2$이므로 $\triangle ADG:\triangle DCG=1:2$

$\triangle ADG:(3S_1+S_1)=1:2$ $\quad\therefore \triangle ADG=2S_1$

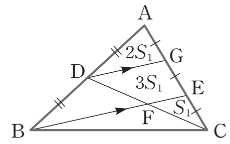
따라서

$S_2=\square ADFE=\triangle ADG+\square DFEG$

$=2S_1+3S_1=5S_1$

이므로

$\frac{S_1}{S_2}=\frac{S_1}{5S_1}=\frac{1}{5}$



27 서술형

표현 단계 큰 쇠구슬의 반지름의 길이를 r라 하면 작은 쇠구슬의 반지름의 길이는 $\frac{1}{6}r$이고, 구 모양의 쇠구슬을 모두 닮음이다.

변형 단계 닮음비는

(큰 쇠구슬의 반지름의 길이)

: (작은 쇠구슬의 반지름의 길이)

$=r:\frac{1}{6}r=6:1$

이고, 큰 쇠구슬과 작은 쇠구슬의 겉넓이를 각각 S, S', 부피를 각각 V, V'으로 놓으면

$V:V'=6^3:1^3=216:1$이므로 큰 쇠구슬 1개를 녹여 작은 쇠구슬 216개를 만들 수 있다.

또, $S:S'=6^2:1^2=36:1$이므로 $S=36S'$

풀이 단계 즉, 큰 쇠구슬 1개의 겉넓이는 $36S'$이고, 작은 쇠구슬 216개의 겉넓이의 합은 $216S'$이므로 작은 쇠구슬 216개의 겉넓이의 합이 큰 쇠구슬의 겉넓이의 x배라 하면

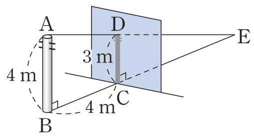
$216S'=x\times 36S'$ $\quad\therefore x=6$

확인 단계 따라서 작은 쇠구슬의 겉넓이들의 합은 큰 쇠구슬의 겉넓이의 6배이다.

TIP 큰 쇠구슬을 녹여서 같은 크기의 작은 쇠구슬을 k개 만들었을 때,
큰 쇠구슬과 작은 쇠구슬의 닮음비가 $m:n$이면 부피의 비는 $m^3:n^3$이므로
$m^3=k\times n^3$이 성립한다.

$\therefore k=\frac{m^3}{n^3}$

28 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$의 연장선과 $\overline{AD}$의 연장선이 만나는 점을 E라 하면 전봇대의 그림자가 담에 나타나지 않는 위치에 있을 때의 그림자의 길이는 $\overline{BE}$의 길이와 같다.



$\triangle EDC \backsim \triangle EAB$에서 $\overline{EC} : \overline{EB} = \overline{DC} : \overline{AB}$이므로

$\overline{EC} : (\overline{EC}+4) = 3 : 4$, $4\overline{EC} = 3(\overline{EC}+4)$

$4\overline{EC} = 3\overline{EC}+12 \qquad \therefore \overline{EC} = 12(\text{m})$

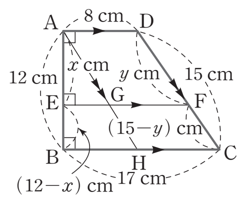
즉, 4 m 길이의 전봇대의 그림자의 길이가 16 m이므로 1 m 길이의 막대의 그림자의 길이는 4 m이다.

3 STEP 최고 실력 완성하기

77~78쪽

1 14 cm	**2** 360 cm^2	**3** $\frac{30}{7}$ cm	**4** 1 : 8
5 14 : 1	**6** 2 cm	**7** $\frac{4S}{3a}$	**8** 2
9 4 cm	**10** 30°		

1 오른쪽 그림에서 $\overline{AE} = x$ cm, $\overline{DF} = y$ cm라 하면



$\overline{EB} = (12-x)$ cm,

$\overline{FC} = (15-y)$ cm

$\therefore$ (□AEFD의 둘레의 길이)

$= x+y+8+\overline{EF}$ …… ㉠

(□EBCF의 둘레의 길이)

$= (12-x)+(15-y)+17+\overline{EF}$

$= 44-x-y+\overline{EF}$ …… ㉡

㉠과 ㉡이 같으므로

$x+y+8 = 44-x-y$, $2(x+y) = 36$

$\therefore x+y = 18$ …… ㉢

또, 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비에 의해

$x : (12-x) = y : (15-y)$, $15x-xy = 12y-xy$

$\therefore 5x = 4y$ …… ㉣

㉢, ㉣을 연립하여 풀면

$x=8$, $y=10$

점 A에서 $\overline{DC}$에 평행한 직선을 그어 $\overline{EF}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 G, H라 하면

$\overline{AD} = \overline{GF} = \overline{HC} = 8$ cm이므로

$\overline{BH} = \overline{BC} - \overline{HC} = 17-8 = 9(\text{cm})$

$\triangle AEG \backsim \triangle ABH$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AE} : \overline{AB} = \overline{EG} : \overline{BH}$

$8 : 12 = \overline{EG} : 9$, $12\overline{EG} = 72 \qquad \therefore \overline{EG} = 6(\text{cm})$

$\therefore \overline{EF} = \overline{EG} + \overline{GF} = 6+8 = 14(\text{cm})$

2 두 점 E와 F는 각각 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$의 중점이므로 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이다.

$\therefore \overline{EG} : \overline{GB} = 1 : 2$ …… ㉠

또, 점 H도 $\triangle$DBC의 무게중심이므로

$\overline{EH}:\overline{HC}=1:2$ ······ ㉡

㉠, ㉡에서

$\overline{EG}:\overline{EB}=\overline{EH}:\overline{EC}=1:3$이고, $\angle$E는 공통이므로

$\triangle EGH \backsim \triangle EBC$ (SAS 닮음)

$\triangle$EGH와 $\triangle$EBC의 닮음비가 $1:3$이므로 넓이의 비는

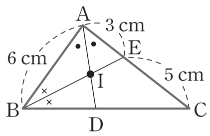
$1^2:3^2=1:9$이다.

이때 $\triangle EBC=9\triangle EGH=9\times10=90(\text{cm}^2)$이므로

$\square ABCD=4\triangle EBC=4\times90=360(\text{cm}^2)$

3

오른쪽 그림에서 점 I는 $\triangle$ABC의 내심이므로



$\angle ABE=\angle CBE$

삼각형의 내각의 이등분선의 정리에 의해

$\overline{BA}:\overline{BC}=\overline{AE}:\overline{CE}$

$6:\overline{BC}=3:5$ $\quad\therefore \overline{BC}=10(\text{cm})$

또, $\angle BAD=\angle CAD$이므로 삼각형의 내각의 이등분선의 정리에 의해

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$

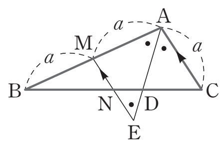
$6:8=\overline{BD}:(10-\overline{BD})$, $6(10-\overline{BD})=8\overline{BD}$

$60-6\overline{BD}=8\overline{BD}$, $14\overline{BD}=60$

$\therefore \overline{BD}=\dfrac{30}{7}(\text{cm})$

4

오른쪽 그림에서



$\overline{AB}:\overline{AC}=2:1$,

$\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{BN}=\overline{NC}$이므로

$\overline{AM}=\overline{MB}=\overline{AC}=a$라 하면

삼각형의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

$\overline{MN}/\!/\overline{AC}$, $\overline{MN}=\dfrac{1}{2}\overline{AC}=\dfrac{1}{2}a$

또, $\angle MAE=\angle CAE$, $\angle CAE=\angle MEA$ (엇각)이므로

$\angle MAE=\angle MEA$

즉, $\overline{MA}=\overline{ME}$이므로

$\overline{NE}=\overline{ME}-\overline{MN}=a-\dfrac{1}{2}a=\dfrac{1}{2}a$

한편, $\triangle DNE \backsim \triangle DCA$ (AA 닮음)에서 닮음비는

$\overline{NE}:\overline{CA}=1:2$이므로 넓이의 비는 $1:4$이다.

즉, $\triangle DNE=S$라 하면 $\triangle ADC=4S$

또, $\triangle ABD:\triangle ACD=\overline{BD}:\overline{DC}=\overline{AB}:\overline{AC}$이므로

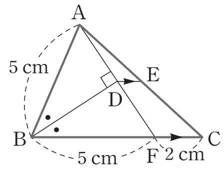
$\triangle ABD:4S=2a:a=2:1$

$\therefore \triangle ABD=8S$

$\therefore \triangle DNE:\triangle ABD=S:8S=1:8$

5

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$의 연장선과 $\overline{BC}$의 교점을 F라 하면



$\angle ABD=\angle FBD$,

$\angle BDA=\angle BDF$,

$\overline{BD}$는 공통이므로

$\triangle BAD\equiv\triangle BFD$ (ASA 합동) ······ ㉠

이때 $\overline{AD}=\overline{DF}$이고 $\overline{DE}/\!/\overline{FC}$이므로 삼각형의 중점을 연결한 선분의 성질의 역에 의해 $\triangle ADE \backsim \triangle AFC$이고 닮음비는 $1:2$이다.

$\therefore \triangle ADE:\triangle AFC=1^2:2^2=1:4$

즉, $\triangle ADE=S\,\text{cm}^2$라 하면 $\triangle AFC=4S\,\text{cm}^2$이고

㉠에서 $\overline{BF}=\overline{AB}=5\,\text{cm}$, $\overline{FC}=2\,\text{cm}$이므로

$\triangle ABF:\triangle AFC=\overline{BF}:\overline{FC}$

$\triangle ABF:4S=5:2$ $\quad\therefore \triangle ABF=10S(\text{cm}^2)$

이때

$\triangle ABC=\triangle ABF+\triangle AFC$

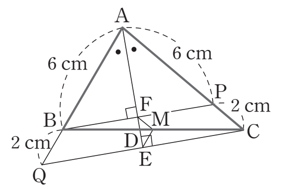
$\quad\quad\;=10S+4S=14S(\text{cm}^2)$

이므로

$\triangle ABC:\triangle ADE=14S:S=14:1$

6

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BF}$의 연장선이 $\overline{AC}$와 만나는 점을 P, $\overline{CE}$의 연장선이 $\overline{AB}$의 연장선과 만나는 점을 Q라 하면



$\angle BAF=\angle PAF$,

$\angle AFB=\angle AFP$,

$\overline{AF}$는 공통이므로

$\triangle ABF\equiv\triangle APF$ (ASA 합동)

또, $\angle QAE=\angle CAE$, $\angle AEQ=\angle AEC$,

$\overline{AE}$는 공통이므로 $\triangle AQE\equiv\triangle ACE$ (ASA 합동)

$\therefore \overline{BF}=\overline{PF}$, $\overline{QE}=\overline{CE}$

$\overline{BM}=\overline{MC}$이므로 $\triangle$BCP와 $\triangle$CBQ에서 각각 삼각형의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

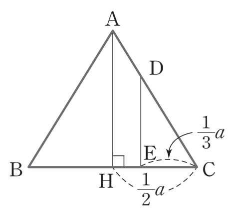
$\overline{MF}=\dfrac{1}{2}\overline{CP}=\dfrac{1}{2}\times2=1(\text{cm})$

$\overline{ME}=\dfrac{1}{2}\overline{BQ}=\dfrac{1}{2}\times2=1(\text{cm})$

$\therefore \overline{ME}+\overline{MF}=1+1=2(\text{cm})$

7

오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{CE}:\overline{EB}=1:2$에서

$\overline{CE}=\dfrac{1}{3}a$, $\overline{EB}=\dfrac{2}{3}a$이고

$\overline{BH}=\overline{CH}=\dfrac{1}{2}a$이므로

$\overline{HE}=\overline{CH}-\overline{CE}=\frac{1}{2}a-\frac{1}{3}a=\frac{1}{6}a$

$\therefore\ \overline{CE}:\overline{EH}=\frac{1}{3}a:\frac{1}{6}a=2:1$

이때 $\overline{CD}:\overline{DA}=\overline{CE}:\overline{EH}=2:1$이고 $\angle C$는 공통이므로

$\triangle CDE \backsim \triangle CAH$ (SAS 닮음)

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}$에서

$S=\frac{1}{2}a\times\overline{AH}$이므로 $\overline{AH}=\frac{2S}{a}$

따라서 $\overline{CD}:\overline{CA}=\overline{DE}:\overline{AH}$에서

$2:3=\overline{DE}:\frac{2S}{a}$, $3\overline{DE}=\frac{4S}{a}$

$\therefore\ \overline{DE}=\frac{4S}{3a}$

TIP 삼각형의 밑변의 길이와 넓이를 통해서 높이를 구할 수 있음을 이해한다.

8 $\triangle CDE \backsim \triangle CAB$ (AA 닮음)에서

$\frac{\overline{DE}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{CD}}{\overline{CA}}$ ······ ㉠

$\triangle AFG \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)에서

$\frac{\overline{FG}}{\overline{BC}}=\frac{\overline{AG}}{\overline{AC}}$ ······ ㉡

□AIPD와 □PHCG가 평행사변형이므로

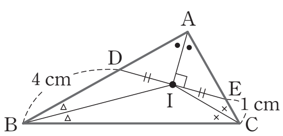
$\overline{HI}=\overline{IP}+\overline{PH}=\overline{AD}+\overline{GC}$에서

$\frac{\overline{HI}}{\overline{CA}}=\frac{\overline{AD}+\overline{GC}}{\overline{CA}}$ ······ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에서

$$\begin{aligned}\frac{\overline{DE}}{\overline{AB}}+\frac{\overline{FG}}{\overline{BC}}+\frac{\overline{HI}}{\overline{CA}}&=\frac{\overline{CD}+\overline{AG}+(\overline{AD}+\overline{GC})}{\overline{AC}}\\&=\frac{(\overline{CD}+\overline{AD})+(\overline{AG}+\overline{GC})}{\overline{AC}}\\&=\frac{2\overline{AC}}{\overline{AC}}=2\end{aligned}$$

9 오른쪽 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로



$\angle DAI=\angle EAI$,

$\angle AID=\angle AIE$,

$\overline{AI}$는 공통이므로

$\triangle ADI\equiv\triangle AEI$ (ASA 합동)

$\therefore\ \overline{DI}=\overline{IE}$ ······ ㉠

또, $\angle BDI=\angle DIA+\angle DAI=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A$,

$\angle CEI=\angle AIE+\angle EAI=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A$,

$\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A$

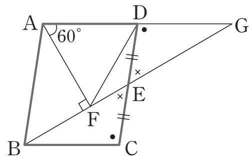
이므로 $\triangle BDI \backsim \triangle BIC \backsim \triangle IEC$ (AA 닮음)

$\overline{BD}:\overline{DI}=\overline{IE}:\overline{EC}$

$4:\frac{1}{2}\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{DE}:1$ ($\because$ ㉠)

$\overline{DE}^2=16$ $\quad\therefore\ \overline{DE}=4$ cm ($\because\ \overline{DE}>0$)

10 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$의 연장선과 $\overline{AD}$의 연장선이 만나는 점을 G라 하자.



□ABCD가 평행사변형이므로

$\overline{AD}=\overline{BC}$ ······ ㉠

$\overline{DG}/\!/\overline{BC}$에서

$\angle GDE=\angle BCE$ (엇각), $\angle DEG=\angle CEB$ (맞꼭지각),

$\overline{DE}=\overline{CE}$이므로

$\triangle DEG\equiv\triangle CEB$ (ASA 합동)

$\therefore\ \overline{DG}=\overline{BC}$ ······ ㉡

㉠, ㉡에서 $\overline{AD}=\overline{DG}$

즉, 직각삼각형 AFG의 빗변의 중점이 D이므로 점 D는 직각삼각형 AFG의 외심이다.

$\therefore\ \overline{AD}=\overline{DG}=\overline{DF}$

따라서 $\triangle DAF$는 $\overline{DA}=\overline{DF}$인 이등변삼각형이므로

$\angle DFA=\angle DAF=60^\circ$

$\therefore\ \angle DFE=90^\circ-60^\circ=30^\circ$

3 피타고라스 정리

1 주제별 실력다지기

81~90쪽

1 (1) 풀이 참조 (2) 풀이 참조 (3) 풀이 참조

2 (1) 풀이 참조 (2) 49 **3** (1) 풀이 참조 (2) 4

4 (1) 8 (2) 25 **5** (1) 1 (2) 2 **6** 20 **7** 10

8 52 **9** 244 **10** 5 cm^2 **11** 11

12 129 **13** 1 **14** $\frac{20}{3}$ **15** 2

16 $\frac{8}{3}\pi$ **17** $\frac{3}{4}$ **18** 84 cm^2

19 $x+z=y$ **20** $\frac{25}{8}\pi$ cm^2 **21** 풀이 참조

22 30 cm^2 **23** $\frac{50}{3}$ cm^2 **24** $\frac{84}{25}$ cm^2

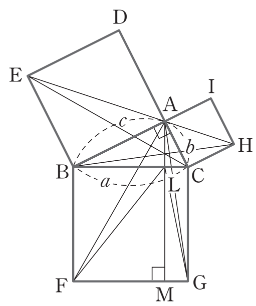
25 $\frac{84}{125}$ cm **26** 풀이 참조 **27** 풀이 참조

28 (1) 예각 (2) 둔각

29 (1) 둔각삼각형 (2) 예각삼각형 **30** 15 cm

31 45° **32** 20 cm **33** 25 cm

1 (1) $\triangle ABF$와 $\triangle EBC$에서
$\overline{AB}=\overline{EB}$, $\overline{BF}=\overline{BC}$,
$\angle ABF=\angle EBC$이므로
$\triangle ABF \equiv \triangle EBC$ (SAS 합동)
이때 밑변의 길이와 높이가 같으므로
$\triangle EBC=\triangle EBA$
$\triangle ABF=\triangle LBF$
$\therefore \triangle EBA=\triangle LBF$
또한, $\square EBAD=2\triangle EBA$, $\square BFML=2\triangle LBF$
이므로 $\square EBAD=\square BFML$



(2) $\triangle AGC$와 $\triangle HBC$에서
$\overline{AC}=\overline{HC}$, $\overline{CG}=\overline{CB}$, $\angle ACG=\angle HCB$이므로
$\triangle AGC \equiv \triangle HBC$ (SAS 합동)
이때 밑변의 길이와 높이가 같으므로
$\triangle HBC=\triangle HAC$, $\triangle AGC=\triangle LGC$
$\therefore \triangle HAC=\triangle LGC$
또한, $\square ACHI=2\triangle HAC$, $\square LMGC=2\triangle LGC$
이므로 $\square ACHI=\square LMGC$

(3) $\square ACHI+\square EBAD=\square LMGC+\square BFML$
$=\square BFGC$
$\therefore b^2+c^2=a^2$

2 (1) $\triangle ABC \equiv \triangle CDE \equiv \triangle EFG \equiv \triangle GHA$이므로
$\overline{AC}=\overline{CE}=\overline{EG}=\overline{GA}$이고
$\angle CAG=180°-(\angle CAB+\angle HAG)$
$=180°-(\angle CAB+\angle BCA)$
$=\angle ABC=90°$
따라서 $\square ACEG$는 정사각형이다.

(2) $\square ACEG$는 정사각형이므로 $\overline{AC}^2=25$
이때 $\overline{AC}>0$이므로 $\overline{AC}=5$
$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}^2=5^2-4^2=9$
이때 $\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=3$
따라서 정사각형 HBDF의 한 변의 길이는 $4+3=7$이므로
$\square HBDF=7^2=49$

3 (1) $\triangle ABC \equiv \triangle BDG \equiv \triangle DEH \equiv \triangle EAF$이므로
$\overline{FC}=\overline{CG}=\overline{GH}=\overline{HF}$이고
$\angle FCG=180°-\angle ACB$
$=180°-90°$
$=90°$
따라서 $\square FCGH$는 정사각형이다.

(2) $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}^2=10^2-8^2=36$
이때 $\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=6$
$\overline{FC}=\overline{AC}-\overline{AF}=\overline{AC}-\overline{BC}=8-6=2$
$\therefore \square FCGH=2^2=4$

4 (1) $x^2=10^2-6^2=64$, 이때 $x>0$이므로 $x=8$

(2) $x^2=15^2+20^2=625$, 이때 $x>0$이므로 $x=25$

5 (1) $5^2+12^2=(13x)^2$에서 $169x^2=169$, $x^2=1$
이때 $x>0$이므로 $x=1$

(2) $(24x)^2+(7x)^2=50^2$에서 $625x^2=2500$, $x^2=4$
이때 $x>0$이므로 $x=2$

6 $\triangle BCD$에서 $13^2=\overline{BD}^2+12^2$, $\overline{BD}^2=25$
이때 $\overline{BD}>0$이므로 $\overline{BD}=5$

$\therefore\ \overline{AD}=\overline{AB}-\overline{BD}=21-5=16$

$\triangle ACD$에서 $\overline{AC}^2=16^2+12^2=400$

이때 $\overline{AC}>0$이므로 $\overline{AC}=20$

7 $\triangle ABC$에서 $17^2=\overline{AB}^2+(6+9)^2$, $\overline{AB}^2=64$

이때 $\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=8$

$\triangle ABD$에서 $x^2=6^2+8^2=100$

이때 $x>0$이므로 $x=10$

8 $\triangle ABC$에서 $5^2=3^2+\overline{AC}^2$, $\overline{AC}^2=16$

이때 $\overline{AC}>0$이므로 $\overline{AC}=4$

$\square ABCD$는 평행사변형이므로 $\overline{AO}=\overline{CO}$

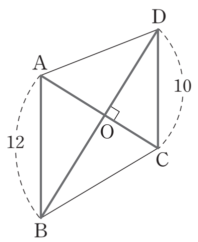
$\therefore\ \overline{AO}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times4=2$

이때 $\triangle ABO$에서 $\overline{BO}^2=2^2+3^2=13$

$\therefore\ \overline{BD}^2=4\overline{BO}^2=4\times13=52$

TIP 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

9 오른쪽 그림에서 $\square ABCD$의 두 대각선이 서로 수직이므로

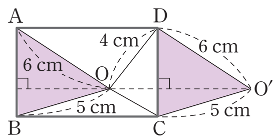


$\overline{AD}^2+\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{CD}^2$

$=12^2+10^2$

$=244$

10 오른쪽 그림과 같이 $\triangle ABO$를 $\triangle DCO'$으로 평행이동하면 $\square DOCO'$의 두 대각선은 서로 수직이므로

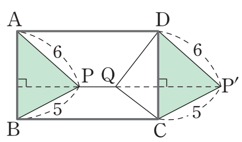


$6^2+\overline{OC}^2=5^2+4^2$, $\overline{OC}^2=5$

따라서 $\overline{OC}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는

$\overline{OC}^2=5(\text{cm}^2)$

11 오른쪽 그림과 같이 $\triangle ABP$를 $\triangle DCP'$으로 평행이동하면 $\square DQCP'$의 두 대각선은 서로 수직이므로



$\overline{DQ}^2+\overline{CP'}^2=\overline{DP'}^2+\overline{CQ}^2$

$\therefore\ \overline{DQ}^2-\overline{CQ}^2=\overline{DP'}^2-\overline{CP'}^2$

$=6^2-5^2=11$

12 $\overline{DE}^2+\overline{BC}^2=\overline{BE}^2+\overline{CD}^2$이므로

$4^2+\overline{BC}^2=8^2+9^2$

$\therefore\ \overline{BC}^2=129$

13 $\overline{OB}^2=\overline{OA}^2+\overline{AB}^2=1^2+1^2=2$

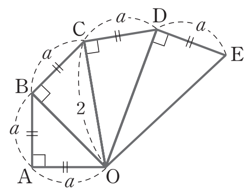
$\overline{OC}^2=\overline{OB}^2+\overline{BC}^2=2+1^2=3$

$\overline{OD}^2=\overline{OC}^2+\overline{CD}^2=3+1^2=4$

이때 $\overline{OD}>0$이므로 $\overline{OD}=2$

$\therefore\ \triangle OED=\frac{1}{2}\times\overline{OD}\times\overline{DE}=\frac{1}{2}\times2\times1=1$

14 오른쪽 그림과 같이



$\overline{OA}=a\ (a>0)$라 하면

$\triangle AOB$에서

$\overline{OB}^2=a^2+a^2=2a^2$

$\triangle BOC$에서

$\overline{OC}^2=2a^2+a^2=3a^2$

같은 방법으로 계산하면

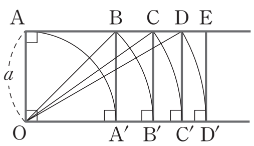
$\overline{OD}^2=4a^2$, $\overline{OE}^2=5a^2$

이때 $\overline{OC}^2=3a^2=4$이므로

$a^2=\frac{4}{3}$

$\therefore\ \overline{OE}^2=5a^2=5\times\frac{4}{3}=\frac{20}{3}$

15 오른쪽 그림에서



$\overline{OA}=a\ (a>0)$라 하면

$\triangle OA'B$에서

$\overline{OB}^2=\overline{OA'}^2+\overline{A'B}^2$

$=\overline{OA}^2+\overline{OA}^2=2a^2$

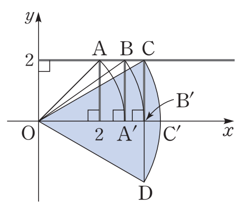
같은 방법으로 계산하면

$\overline{OC}^2=3a^2$, $\overline{OD}^2=4a^2$, $\overline{OE}^2=5a^2$

$\overline{OE}^2=5a^2=20$이므로 $a^2=4$

이때 $\overline{OA}>0$이므로 $\overline{OA}=a=2$

16 오른쪽 그림에서



$\overline{OA'}^2=\overline{OA}^2=2^2+2^2=8$

$\overline{OB'}^2=\overline{OB}^2=\overline{OA'}^2+\overline{A'B}^2$

$=8+2^2=12$

$\overline{OC}^2=\overline{OB'}^2+\overline{B'C}^2=12+2^2=16$

이때 $\overline{OC}>0$이므로 $\overline{OC}=4$

따라서 부채꼴 COD는 반지름의 길이가 4이고 중심각의 크기가 60°이므로 구하는 넓이는

$\pi\times4^2\times\frac{60}{360}=\frac{8}{3}\pi$

17 $\overline{CH}=x$라 하면

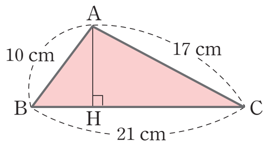
$\overline{AB}^2-\overline{BH}^2=\overline{AC}^2-\overline{CH}^2$이므로

$5^2-(6-x)^2=4^2-x^2$, $12x=27$ $\quad\therefore\ x=\frac{9}{4}$

$\overline{CD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times6=3$

$\therefore\ \overline{DH}=\overline{CD}-\overline{CH}=3-\frac{9}{4}=\frac{3}{4}$

18 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle ABH$에서



$\overline{AB}^2=\overline{AH}^2+\overline{BH}^2$이고

$\triangle AHC$에서 $\overline{AC}^2=\overline{AH}^2+\overline{CH}^2$이므로

$\overline{AB}^2-\overline{BH}^2=\overline{AC}^2-\overline{CH}^2$

이때 $\overline{BH}=x$ cm라 하면 $\overline{CH}=(21-x)$ cm이므로

$10^2-x^2=17^2-(21-x)^2$

$100-x^2=289-441+42x-x^2$

$42x=252 \qquad \therefore x=6$

$\triangle ABH$에서 $10^2=\overline{AH}^2+6^2$, $\overline{AH}^2=64$

이때 $\overline{AH}>0$이므로 $\overline{AH}=8$(cm)

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}=\frac{1}{2}\times 21\times 8$

$=84(\text{cm}^2)$

TIP $(x-y)^2=x^2-2xy+y^2$

$(x-y)^2=(x-y)(x-y)$에서 $x-y=m$이라 하면

$(x-y)(x-y)=m(x-y)$

$=mx-my$

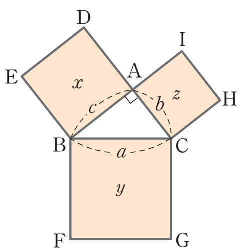
$=(x-y)x-(x-y)y$

$=x^2-xy-xy+y^2$

$=x^2-2xy+y^2$

$\therefore (x-y)^2=x^2-2xy+y^2$

19 오른쪽 그림의 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=c$, $\overline{AC}=b$, $\overline{BC}=a$라 하면



$b^2+c^2=a^2 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

그런데 □ADEB, □BFGC, □ACHI가 모두 정사각형이므로

□ADEB$=c^2=x \qquad \cdots\cdots$ ㉡

□BFGC$=a^2=y \qquad \cdots\cdots$ ㉢

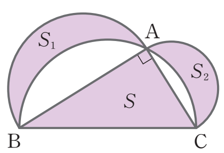
□ACHI$=b^2=z \qquad \cdots\cdots$ ㉣

㉡, ㉢, ㉣을 ㉠에 대입하면 $x+z=y$

20 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$를 각각 지름으로 하는 두 반원의 넓이의 합은 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이와 같으므로

$S_1+S_2=\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{5}{2}\right)^2=\frac{25}{8}\pi(\text{cm}^2)$

21 오른쪽 그림의 $\triangle ABC$는 $\angle A=90^\circ$인 직각삼각형이므로



$\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=\overline{BC}^2 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

$\therefore S_1+S_2$

$=\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{1}{2}\overline{AB}\right)^2+\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{1}{2}\overline{AC}\right)^2$

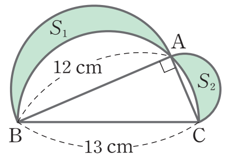
$+\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}-\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{1}{2}\overline{BC}\right)^2$

$=\frac{\pi}{8}(\overline{AB}^2+\overline{AC}^2)+\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}-\frac{\pi}{8}\overline{BC}^2$

$=\frac{\pi}{8}\overline{BC}^2+\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}-\frac{\pi}{8}\overline{BC}^2$ ($\because$ ㉠)

$=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}=S$

22 오른쪽 그림에서 $\triangle ABC$는 직각삼각형이므로



$\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=\overline{BC}^2$

$12^2+\overline{AC}^2=13^2$, $\overline{AC}^2=25$

이때 $\overline{AC}>0$이므로 $\overline{AC}=5$(cm)

$\therefore S_1+S_2=\triangle ABC$

$=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}$

$=\frac{1}{2}\times 12\times 5=30(\text{cm}^2)$

23 $\triangle ABD$에서 $5^2=\overline{AD}^2+3^2$, $\overline{AD}^2=16$

이때 $\overline{AD}>0$이므로 $\overline{AD}=4$(cm)

또, $\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}$이므로 $5^2=3\times\overline{BC}$

$\therefore \overline{BC}=\frac{25}{3}$(cm)

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AD}=\frac{1}{2}\times\frac{25}{3}\times 4=\frac{50}{3}(\text{cm}^2)$

24 $\overline{AB}^2=8^2+6^2=100$

이때 $\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=10$(cm)

$\therefore \overline{AM}=\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 10=5$(cm)

또, $\overline{AC}^2=\overline{AH}\times\overline{AB}$이므로 $6^2=\overline{AH}\times 10$에서

$\overline{AH}=\frac{18}{5}$(cm)

$\therefore \overline{MH}=\overline{AM}-\overline{AH}=5-\frac{18}{5}=\frac{7}{5}$(cm)

$\overline{AC}\times\overline{BC}=\overline{CH}\times\overline{AB}$이므로 $6\times 8=\overline{CH}\times 10$

$\therefore \overline{CH}=\frac{24}{5}$(cm)

$\therefore \triangle CHM=\frac{1}{2}\times\overline{MH}\times\overline{CH}$

$=\frac{1}{2}\times\frac{7}{5}\times\frac{24}{5}=\frac{84}{25}(\text{cm}^2)$

25 $\overline{BC}^2=3^2+4^2=25$

이때 $\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=5$(cm)

$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{AD}\times\overline{BC}$이므로 $3\times 4=\overline{AD}\times 5$

$\therefore \overline{AD}=\frac{12}{5}$(cm)

$\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}=(\overline{BM}-\overline{DM})\times\overline{BC}$

$3^2=\left(\frac{5}{2}-\overline{DM}\right)\times 5$, $\frac{5}{2}-\overline{DM}=\frac{9}{5}$

$\therefore \overline{DM}=\frac{7}{10}$(cm)

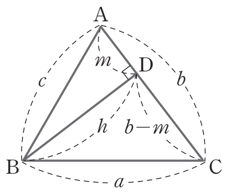
점 M은 빗변의 중점이므로 직각삼각형 ABC의 외심이다.

$\therefore\ \overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times5=\frac{5}{2}(\mathrm{cm})$

또, $\triangle ADM$에서 $\overline{DM}\times\overline{DA}=\overline{DE}\times\overline{AM}$이므로

$\frac{7}{10}\times\frac{12}{5}=\overline{DE}\times\frac{5}{2}\qquad\therefore\ \overline{DE}=\frac{84}{125}(\mathrm{cm})$

26 오른쪽 그림의 $\triangle ABD$와 $\triangle BCD$는 직각삼각형이므로



$c^2=m^2+h^2$ ⋯⋯ ㉠

$a^2=h^2+(b-m)^2$

$\quad=h^2+b^2-2bm+m^2$ ⋯⋯ ㉡

㉡−㉠을 하면

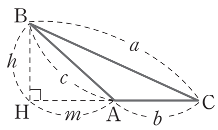
$a^2-c^2=b^2-2bm$

$\therefore\ a^2=b^2+c^2-2bm$

이때 $2bm>0$이므로 $b^2+c^2-2bm<b^2+c^2$

$\therefore\ a^2<b^2+c^2$

27 오른쪽 그림의 직각삼각형 BHC에서



$\overline{BC}^2=\overline{BH}^2+\overline{HC}^2$

$a^2=h^2+(m+b)^2$

$\quad=h^2+m^2+2mb+b^2$

$\therefore\ h^2=a^2-m^2-2mb-b^2$ ⋯⋯ ㉠

또, 직각삼각형 BHA에서

$\overline{BA}^2=\overline{BH}^2+\overline{HA}^2$

$c^2=h^2+m^2$

$\therefore\ h^2=c^2-m^2$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡에서

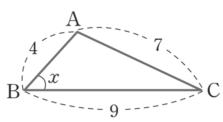
$a^2-m^2-2mb-b^2=c^2-m^2$

$\therefore\ a^2=c^2+2mb+b^2$

이때 $2mb>0$이므로 $c^2+2mb+b^2>c^2+b^2$

$\therefore\ a^2>b^2+c^2$

28 (1) 오른쪽 그림에서



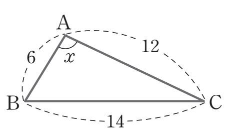
$\overline{AC}^2=7^2=49$

$\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=4^2+9^2=97$

$\therefore\ \overline{AC}^2<\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$

따라서 $\angle x$는 예각이다.

(2) 오른쪽 그림에서



$\overline{BC}^2=14^2=196$

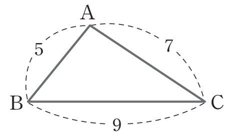
$\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=6^2+12^2$

$\qquad\qquad=180$

$\therefore\ \overline{BC}^2>\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$

따라서 $\angle x$는 둔각이다.

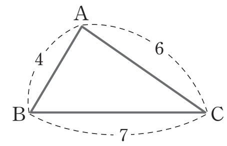
29 (1) 오른쪽 그림에서 가장 긴 변의 길이가 9이므로



$9^2>5^2+7^2$

따라서 가장 큰 각 $\angle A$가 둔각이므로 둔각삼각형이다.

(2) 오른쪽 그림에서 가장 긴 변의 길이가 7이므로



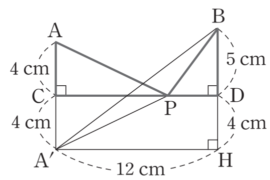
$7^2<4^2+6^2$

따라서 가장 큰 각 $\angle A$가 예각이므로 예각삼각형이다.

TIP 삼각형의 변의 길이와 각의 크기 사이의 관계

예각삼각형은 세 내각의 크기가 모두 예각인 삼각형이다. $\triangle ABC$에 대하여 $\overline{BC}^2<\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$이면 $\overline{BC}$의 대각인 $\angle A$는 예각이다.
하지만 $\angle B$ 또는 $\angle C$가 예각이 아닐 수도 있으므로 $\triangle ABC$는 예각삼각형이 아닐 수도 있다. 만약 $\triangle ABC$의 세 변 중 가장 긴 변이 $\overline{BC}$라면 $\angle A$가 가장 큰 각이므로 $\angle A$가 예각일 때, $\angle B$와 $\angle C$도 모두 예각이 된다. 따라서 $\triangle ABC$는 예각삼각형이다.

30 오른쪽 그림과 같이 점 A를 $\overline{CD}$에 대하여 대칭이동한 점을 A′이라 하면



$\overline{AP}=\overline{A'P}$이므로

$\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{A'P}+\overline{BP}$가 되고

그 최솟값은 $\overline{A'B}$의 길이이다.

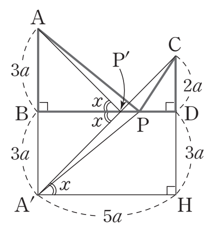
점 A′에서 $\overline{BD}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle A'HB$에서

$\overline{A'B}^2=\overline{A'H}^2+\overline{BH}^2=12^2+9^2=225$

이때 $\overline{A'B}>0$이므로 $\overline{A'B}=15(\mathrm{cm})$

31 오른쪽 그림과 같이 점 A를 $\overline{BD}$에 대하여 대칭이동한 점을 A′이라 하면 $\overline{AP}=\overline{A'P}$



$\overline{AP}+\overline{PC}=\overline{A'P}+\overline{PC}$가 되고 그 최솟값은 $\overline{A'C}$의 길이이다.

한편, 점 A′에서 $\overline{CD}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하고

$\angle AP'B=\angle BP'A'=\angle P'A'H=\angle x$라 하면

$\overline{A'H}=\overline{BD}=5a$,

$\overline{CH}=\overline{CD}+\overline{DH}=2a+3a=5a$

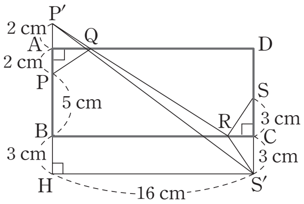
이므로 $\triangle A'HC$는 직각이등변삼각형이 된다.

따라서 $\angle x=45^\circ$

32 다음 그림과 같이 점 P와 점 S를 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$에 대하여 대칭이동한 점을 각각 P′, S′이라 하면

$\overline{PQ}+\overline{QR}+\overline{RS}=\overline{P'Q}+\overline{QR}+\overline{RS'}$

이고 그 최솟값은 $\overline{P'S'}$의 길이이다.



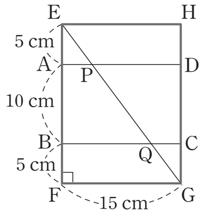
점 S'에서 $\overline{AB}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle P'HS'$에서

$\overline{P'S'}^2=\overline{P'H}^2+\overline{HS'}^2=12^2+16^2=400$

이때 $\overline{P'S'}>0$이므로 $\overline{P'S'}=20(\text{cm})$

33 선이 지나가는 면을 펼치면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 구하는 최단 거리는 $\overline{EG}$의 길이이고 $\triangle EFG$에서

$\overline{EG}^2=\overline{EF}^2+\overline{FG}^2$

$=20^2+15^2$

$=625$

이때 $\overline{EG}>0$이므로 $\overline{EG}=25(\text{cm})$

2 STEP 실력 높이기

89~93쪽

1 ③	**2** 13 : 9	**3** 49 cm^2	**4** 24 cm^2
5 $\frac{32}{5}$ cm	**6** 둔각삼각형	**7** ④	**8** 18 cm^2
9 4 cm^2	**10** 3	**11** $\frac{25}{2}$ cm^2	
12 144 cm^2	**13** 4 cm	**14** 48	
15 (1) $\frac{7}{4}$ cm (2) $\frac{75}{4}$ cm^2		**16** $\frac{25}{3}$	
17 80 cm^2	**18** 20	**19** 15 cm	**20** 4

1 ① $\triangle ABC$에서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{AB}^2=\overline{BC}^2-\overline{AC}^2=5^2-3^2=16$

이때 $\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=4(\text{cm})$

$\therefore \square EBAD=4^2=16(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle EBC=\triangle EBA=\frac{1}{2}\square EBAD$

$=\frac{1}{2}\times 16=8(\text{cm}^2)$

② $\triangle EBC$와 $\triangle ABF$에서

$\overline{EB}=\overline{AB}$, $\angle EBC=\angle ABF$, $\overline{BC}=\overline{BF}$이므로

$\triangle EBC\equiv\triangle ABF$ (SAS 합동)

③ $\triangle EBC=8\ \text{cm}^2$ ($\because$ ①)

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 4\times 3=6(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle EBC\neq\triangle ABC$

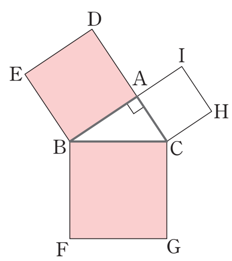
④ $\triangle EBC\equiv\triangle ABF$이고, $\triangle ABF=\triangle LBF$이므로

$\triangle EBC=\triangle LBF$

⑤ $\triangle EBC=\triangle LBF=\frac{1}{2}\square BFML$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

2 오른쪽 그림에서



$\overline{AB}:\overline{AC}=3:2$이므로

$\square BADE:\square ACHI$

$=3^2:2^2=9:4$

$\triangle ABC$에서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=\overline{BC}^2$이므로

$\square\mathrm{BADE}+\square\mathrm{ACHI}=\square\mathrm{BFGC}$

$\therefore\ \square\mathrm{BFGC} : \square\mathrm{BADE}=(9+4) : 9=13 : 9$

3 서술형

표현 단계 $\angle\mathrm{BAQ}+\angle\mathrm{ABQ}=90^\circ$이고

$\angle\mathrm{BAQ}+\angle\mathrm{DAP}=90^\circ$이므로

$\angle\mathrm{ABQ}=\angle\mathrm{DAP}$

같은 방법으로

$\triangle\mathrm{ABQ}\equiv\triangle\mathrm{BCR}\equiv\triangle\mathrm{CDS}$

$\equiv\triangle\mathrm{DAP}$ (RHA 합동)

이때 $\overline{\mathrm{AQ}}=\overline{\mathrm{BR}}=\overline{\mathrm{CS}}=\overline{\mathrm{DP}}$, $\overline{\mathrm{BQ}}=\overline{\mathrm{CR}}=\overline{\mathrm{DS}}=\overline{\mathrm{AP}}$

이므로 $\overline{\mathrm{PQ}}=\overline{\mathrm{QR}}=\overline{\mathrm{RS}}=\overline{\mathrm{SP}}$

즉, $\square\mathrm{PQRS}$는 정사각형이다.

변형 단계 $\triangle\mathrm{ABQ}$에서 $\overline{\mathrm{BQ}}=8\text{ cm}$이므로 피타고라스 정리에 의해

$\overline{\mathrm{AQ}}^2=\overline{\mathrm{AB}}^2-\overline{\mathrm{BQ}}^2=17^2-8^2=225$

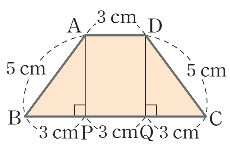
이때 $\overline{\mathrm{AQ}}>0$이므로 $\overline{\mathrm{AQ}}=15(\text{cm})$

풀이 단계 $\overline{\mathrm{PQ}}=\overline{\mathrm{AQ}}-\overline{\mathrm{AP}}=15-8=7(\text{cm})$이므로

$\square\mathrm{PQRS}$의 한 변의 길이는 7 cm이다.

확인 단계 $\therefore\ \square\mathrm{PQRS}=7\times7=49(\text{cm}^2)$

4



오른쪽 그림과 같이 두 점 A와 D에서 $\overline{\mathrm{BC}}$에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라 하면

$\overline{\mathrm{PQ}}=\overline{\mathrm{AD}}=3\text{ cm}$

$\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{CQ}}=\frac{1}{2}\times(9-3)=3(\text{cm})$

$\triangle\mathrm{ABP}$에서

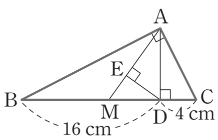
$\overline{\mathrm{AP}}^2=\overline{\mathrm{AB}}^2-\overline{\mathrm{BP}}^2=5^2-3^2=16$

이때 $\overline{\mathrm{AP}}>0$이므로 $\overline{\mathrm{AP}}=4(\text{cm})$

따라서 $\square\mathrm{ABCD}$의 넓이 S는

$S=\frac{1}{2}\times(3+9)\times4=24(\text{cm}^2)$

5



오른쪽 그림의 $\triangle\mathrm{ABC}$에서

$\overline{\mathrm{AD}}^2=\overline{\mathrm{BD}}\times\overline{\mathrm{DC}}$이므로

$\overline{\mathrm{AD}}^2=16\times4=64$

이때 $\overline{\mathrm{AD}}>0$이므로 $\overline{\mathrm{AD}}=8(\text{cm})$

한편, 점 M은 $\overline{\mathrm{BC}}$의 중점이므로 직각삼각형 ABC의 외심이다.

$\therefore\ \overline{\mathrm{AM}}=\overline{\mathrm{BM}}=\overline{\mathrm{CM}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{BC}}=\frac{1}{2}\times(16+4)=10(\text{cm})$

$\triangle\mathrm{AMD}$에서 $\overline{\mathrm{AD}}^2=\overline{\mathrm{AE}}\times\overline{\mathrm{AM}}$이므로

$8^2=\overline{\mathrm{AE}}\times10$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AE}}=\frac{32}{5}(\text{cm})$

6 서술형

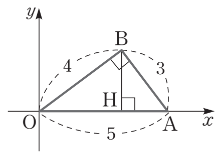
표현 단계 $\overline{\mathrm{AB}}=7$, $\overline{\mathrm{BC}}=11$, $\overline{\mathrm{AC}}=6$으로 놓으면 변의 길이와 각의 크기 사이의 관계에 의해 $\overline{\mathrm{BC}}$의 대각이 가장 큰 각이다.

풀이 단계 $\overline{\mathrm{BC}}^2=121$, $\overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{AC}}^2=7^2+6^2=85$에서

$\overline{\mathrm{BC}}^2>\overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{AC}}^2$이다.

확인 단계 따라서 주어진 삼각형은 $\angle\mathrm{A}>90^\circ$인 둔각삼각형이다.

7



오른쪽 그림의 $\triangle\mathrm{OAB}$에서

$5^2=4^2+3^2$이므로

$\overline{\mathrm{OA}}^2=\overline{\mathrm{OB}}^2+\overline{\mathrm{BA}}^2$

즉, $\triangle\mathrm{OAB}$는 $\angle\mathrm{B}=90^\circ$인 직각삼각형이다.

점 B에서 $\overline{\mathrm{OA}}$에 내린 수선의 발을 H라 하고, 점 B의 좌표를 (x, y)라 하면 $\triangle\mathrm{OAB}\backsim\triangle\mathrm{OBH}$ (AA 닮음)에서

$\overline{\mathrm{OA}} : \overline{\mathrm{OB}}=\overline{\mathrm{OB}} : \overline{\mathrm{OH}}$

$5 : 4=4 : x$, $5x=16$ $\quad\therefore\ x=\frac{16}{5}$

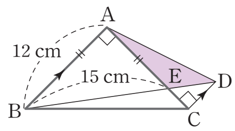
또, $\triangle\mathrm{OBH}\backsim\triangle\mathrm{BAH}$ (AA 닮음)에서

$\overline{\mathrm{OB}} : \overline{\mathrm{BA}}=\overline{\mathrm{OH}} : \overline{\mathrm{BH}}$

$4 : 3=\frac{16}{5} : y$, $4y=\frac{48}{5}$ $\quad\therefore\ y=\frac{12}{5}$

따라서 점 B의 좌표는 $\left(\frac{16}{5}, \frac{12}{5}\right)$이다.

8



오른쪽 그림의 $\triangle\mathrm{ABE}$에서

$\overline{\mathrm{AE}}^2=15^2-12^2=81$

이때 $\overline{\mathrm{AE}}>0$이므로 $\overline{\mathrm{AE}}=9(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{\mathrm{EC}}=\overline{\mathrm{AC}}-\overline{\mathrm{AE}}=12-9=3(\text{cm})$

$\overline{\mathrm{AB}}\,/\!/\,\overline{\mathrm{CD}}$이므로

$\triangle\mathrm{ABE}\backsim\triangle\mathrm{CDE}$ (AA 닮음)

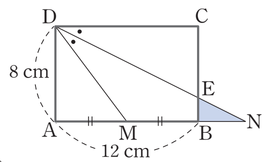
이때 $\overline{\mathrm{AE}} : \overline{\mathrm{CE}}=9 : 3=3 : 1$이므로

$\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{CD}}=3 : 1$에서

$12 : \overline{\mathrm{CD}}=3 : 1$, $3\overline{\mathrm{CD}}=12$ $\quad\therefore\ \overline{\mathrm{CD}}=4(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle\mathrm{AED}=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{AE}}\times\overline{\mathrm{CD}}=\frac{1}{2}\times9\times4=18(\text{cm}^2)$

9



오른쪽 그림에서

$\overline{\mathrm{AM}}=\overline{\mathrm{BM}}=\frac{1}{2}\times12=6(\text{cm})$

$\triangle\mathrm{AMD}$에서 $\overline{\mathrm{DM}}^2=6^2+8^2=100$

이때 $\overline{\mathrm{DM}}>0$이므로 $\overline{\mathrm{DM}}=10(\text{cm})$

$\overline{\mathrm{DC}}\,/\!/\,\overline{\mathrm{AN}}$이므로 $\angle\mathrm{CDN}=\angle\mathrm{DNM}$ (엇각)

이때 $\angle\mathrm{MDN}=\angle\mathrm{DNM}$이므로

$\triangle\mathrm{MND}$는 이등변삼각형이다.

즉, $\overline{MN}=\overline{DM}=10$ cm

$\therefore$ $\overline{BN}=\overline{MN}-\overline{MB}=10-6=4$(cm)

$\triangle AND \backsim \triangle BNE$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AN} : \overline{BN}=\overline{AD} : \overline{BE}$

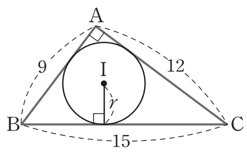
$16 : 4=8 : \overline{BE}$ $\qquad \therefore \overline{BE}=2$(cm)

$\therefore \triangle BNE=\frac{1}{2}\times\overline{BN}\times\overline{BE}=\frac{1}{2}\times4\times2=4(\text{cm}^2)$

10 서술형

표현 단계 $9^2+12^2=15^2$이므로 주어진 $\triangle ABC$는 $\angle A=90^\circ$인 직각삼각형이다.

변형 단계 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$의 내접원 I의 반지름의 길이를 r라 하면



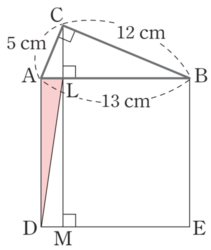
풀이 단계 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times r\times(9+12+15)=\frac{1}{2}\times9\times12$

$18r=54$

확인 단계 $\therefore r=3$

11

오른쪽 그림의 $\triangle ABC$에서



$\overline{CA}^2=\overline{AB}\times\overline{AL}$이므로

$5^2=13\times\overline{AL}$

$\therefore \overline{AL}=\frac{25}{13}$(cm)

□ADEB가 정사각형이므로

$\overline{AD}=\overline{AB}=13$ cm

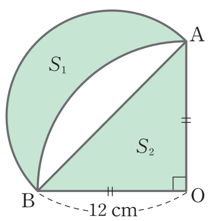
$\therefore \triangle ADL=\frac{1}{2}\times\overline{AL}\times\overline{AD}$

$=\frac{1}{2}\times\frac{25}{13}\times13=\frac{25}{2}(\text{cm}^2)$

TIP $\triangle LAD$의 넓이는 $\overline{AC}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이의 $\frac{1}{2}$임을 이용하여 $\triangle LAD$의 넓이가 $\frac{25}{2}$ cm^{2}임을 구할 수도 있다.

12

오른쪽 그림의 $\triangle ABO$에서



$\overline{OA}=\overline{OB}=12$ cm이므로

$\overline{AB}^2=12^2+12^2=288$

$S_1=(\overline{AB}$가 지름인 반원의 넓이)

$\quad+\triangle ABO-$(부채꼴 OAB의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2+\frac{1}{2}\times12\times12-\frac{1}{4}\times\pi\times12^2$

$=\frac{\pi}{2}\times72+72-36\pi$

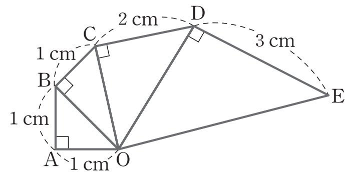
$=72(\text{cm}^2)$

$S_2=\triangle ABO=\frac{1}{2}\times12\times12=72(\text{cm}^2)$

$\therefore S_1+S_2=72+72=144(\text{cm}^2)$

13

오른쪽 그림의



$\triangle OAB$에서

$\overline{OB}^2=1^2+1^2=2$

$\triangle OBC$에서

$\overline{OC}^2=2+1^2=3$

$\triangle OCD$에서 $\overline{OD}^2=3+2^2=7$

$\triangle ODE$에서 $\overline{OE}^2=7+3^2=16$

$\therefore \overline{OE}=4$(cm) ($\because \overline{OE}>0$)

14 서술형

표현 단계 $\triangle ABC$는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의해

변형 단계 $\overline{AC}^2=\overline{BC}^2-\overline{AB}^2=6^2-2^2=32$

또, □ABCD가 평행사변형이므로 $\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=\overline{OD}$이다.

풀이 단계 즉, $\overline{OA}=\frac{1}{2}\overline{AC}$이므로

$\triangle OAB$에서 피타고라스 정리에 의해

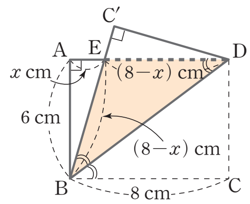
$\overline{OB}^2=\overline{OA}^2+\overline{AB}^2=\frac{1}{4}\overline{AC}^2+\overline{AB}^2=8+4=12$

확인 단계 따라서 $\overline{OB}=\overline{OD}$이므로

$\overline{BD}^2=4\overline{OB}^2=4\times12=48$

15

(1) 오른쪽 그림에서



$\angle EBD=\angle CBD$ (접은 각)

$\angle CBD=\angle EDB$ (엇각)

$\therefore \angle EBD=\angle EDB$

즉, $\triangle EBD$는 $\overline{EB}=\overline{ED}$인 이등변삼각형이다.

$\overline{AE}=x$ cm라 하면

$\overline{EB}=\overline{ED}=(8-x)$ cm이므로 $\triangle BAE$에서

$\overline{BE}^2=\overline{AE}^2+\overline{AB}^2$

$(8-x)^2=x^2+6^2$

$64-16x+x^2=x^2+36$

$16x=28$ $\qquad \therefore x=\frac{7}{4}$

따라서 $\overline{AE}$의 길이는 $\frac{7}{4}$ cm이다.

(2) $\triangle EBD=\frac{1}{2}\times\overline{ED}\times\overline{AB}$

$=\frac{1}{2}\times\left(8-\frac{7}{4}\right)\times6$

$=\frac{75}{4}(\text{cm}^2)$

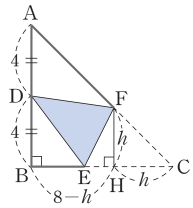
16 $\overline{DE}=\overline{EC}=8-3=5$

$\triangle$DBE에서 $\overline{BD}^2=\overline{DE}^2-\overline{BE}^2=5^2-3^2=16$

이때 $\overline{BD}>0$이므로 $\overline{BD}=4$

$\therefore\ \overline{AD}=\overline{AB}-\overline{BD}=8-4=4$

오른쪽 그림과 같이 점 F에서 $\overline{EC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle$ABC와 $\triangle$FHC에서

$\angle ABC=\angle FHC=90^\circ$, $\angle$C는 공통이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle FHC$ (AA 닮음)

즉, $\triangle$FHC는 직각이등변삼각형이다.

이때 $\overline{HC}=\overline{FH}=h$라 하면 $\overline{BH}=8-h$

$$\triangle ABC=\triangle ADF+\triangle DBE+2\triangle FEC$$
$$=\frac{1}{2}\times\overline{AD}\times\overline{BH}+\frac{1}{2}\times\overline{DB}\times\overline{BE}+2\times\left(\frac{1}{2}\times\overline{EC}\times\overline{FH}\right)$$

에서

$$\frac{1}{2}\times8\times8=\frac{1}{2}\times4\times(8-h)+\frac{1}{2}\times4\times3+2\times\left(\frac{1}{2}\times5\times h\right)$$

$3h=10 \qquad \therefore\ h=\frac{10}{3}$

$\therefore\ \triangle DEF=\triangle FEC=\frac{1}{2}\times5\times\frac{10}{3}=\frac{25}{3}$

17 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는

$48\times\frac{1}{4}=12(\text{cm})$

$\overline{AH}=x$ cm라 하면 $\overline{HD}=(12-x)$cm

$\overline{AH}=\overline{A'H}$, $\overline{HD}=\overline{HD'}$이므로

$\overline{A'D'}=\overline{AH}-\overline{HD}=x-(12-x)=2x-12(\text{cm})$

정사각형 A′B′C′D′의 넓이가 16 cm²이므로 $\overline{A'D'}^2=16$

이때 $\overline{A'D'}>0$이므로 $\overline{A'D'}=4(\text{cm})$

즉, $2x-12=4 \qquad \therefore\ x=8$

$\triangle$AEH에서 $\overline{EH}^2=8^2+4^2=80$

이때 $\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=90^\circ$,

$\overline{AE}=\overline{BF}=\overline{CG}=\overline{DH}$, $\overline{AH}=\overline{BE}=\overline{CF}=\overline{DG}$이므로

$\triangle AEH\equiv\triangle BFE\equiv\triangle CGF\equiv\triangle DHG$ (SAS 합동)

즉, $\angle HEF=\angle EFG=\angle FGH=\angle GHE=90^\circ$,

$\overline{EF}=\overline{FG}=\overline{GH}=\overline{HE}$이므로 □EFGH는 정사각형이다.

$\therefore$ □EFGH$=\overline{EH}^2=80(\text{cm}^2)$

다른 풀이

정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $48\times\frac{1}{4}=12(\text{cm})$

$\triangle AEH\equiv\triangle A'EH\equiv\triangle BFE\equiv\triangle B'FE\equiv\triangle CGF$
$\equiv\triangle C'GF\equiv\triangle DHG\equiv\triangle D'HG$ (SAS 합동)

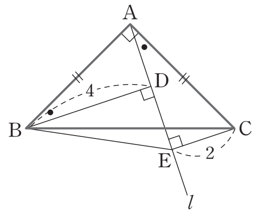
즉, □ABCD$=8\triangle$AEH+□A′B′C′D′

$144=8\triangle AEH+16$

$\therefore\ \triangle AEH=16(\text{cm}^2)$

$\therefore$ □EFGH$=4\triangle$AEH+□A′B′C′D′
$=4\times16+16=80(\text{cm}^2)$

18 오른쪽 그림의



$\triangle$ABD와 $\triangle$CAE에서

$\angle ABD+\angle BAD=90^\circ$,

$\angle CAE+\angle BAD=90^\circ$

이므로 $\angle ABD=\angle CAE$

또, $\overline{AB}=\overline{CA}$, $\angle ADB=\angle CEA=90^\circ$이므로

$\triangle ABD\equiv\triangle CAE$ (RHA 합동)

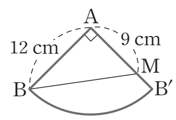
따라서 $\overline{AD}=\overline{CE}=2$, $\overline{AE}=\overline{BD}=4$이므로

$\overline{DE}=\overline{AE}-\overline{AD}=4-2=2$

$\triangle$BDE가 직각삼각형이므로

$\overline{BE}^2=4^2+2^2=20$

19 주어진 도형의 옆면의 전개도는 오른쪽 그림과 같고, 부채꼴의 중심각의 크기를 x°라 하면



$2\pi\times3=2\pi\times12\times\frac{x^\circ}{360^\circ}$

$x^\circ=\frac{3}{12}\times360^\circ=90^\circ$

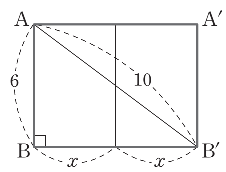
이때 구하는 최단 길이는 $\overline{BM}$의 길이이므로 $\triangle$ABM에서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{BM}^2=12^2+9^2=225$

$\therefore\ \overline{BM}=15(\text{cm})$ ($\because\ \overline{BM}>0$)

20 서술형

표현 단계 원기둥의 옆면 2개를 오른쪽 그림과 같이 이어붙여서 전개도로 나타내면 실의 길이의 최솟값이 10이므로 $\overline{AB'}=10$이다.



풀이 단계 원기둥의 밑면의 둘레의 길이를 x라 하면 $\triangle$ABB′에서 피타고라스 정리에 의해

$6^2+(2x)^2=10^2$

$4x^2=64$, $x^2=16$

이때 $x>0$이므로 $x=4$

확인 단계 따라서 구하는 둘레의 길이는 4이다.

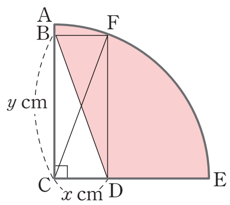
3 STEP 최고 실력 완성하기

94쪽

1 ④ **2** 5 : 16 **3** 30 cm^2

4 $\frac{58}{7}\ \text{cm}^2$

1 오른쪽 그림에서 $\overline{CD}=x$ cm, $\overline{BC}=y$ cm라 하면



□BCDF$=18\ \text{cm}^2$이므로

$xy=18$ ······ ㉠

직사각형의 두 대각선의 길이는 같으므로 $\overline{BD}=\overline{CF}=8$ cm

△BCD에서 $x^2+y^2=8^2$ ······ ㉡

㉠, ㉡에서

$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy=8^2+2\times18=100$

이때 $x>0$, $y>0$이므로 $x+y=10$

$\overline{DE}=(8-x)$ cm, $\overline{AB}=(8-y)$ cm이므로

$\overline{AB}+\overline{BD}+\overline{DE}=(8-y)+8+(8-x)$

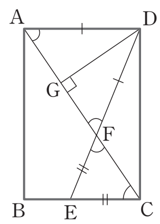
$=24-(x+y)=14(\text{cm})$

$\widehat{EA}=2\pi\times8\times\frac{90}{360}=4\pi(\text{cm})$

따라서 색칠한 부분의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BD}+\overline{DE}+\widehat{EA}=14+4\pi(\text{cm})$

2 오른쪽 그림에서



△DGF∽△ABC이므로

∠DFG=∠ACB

또, ∠DAG=∠ACB (엇각),

∠DFG=∠EFC (맞꼭지각)

이므로 △DAF, △ECF는 이등변삼각형이다.

$\overline{BE}=2a$, $\overline{CE}=3a$ $(a>0)$라 하면

$\overline{AD}=\overline{DF}=5a$, $\overline{FE}=\overline{CE}=3a$

이므로 $\overline{DE}=\overline{DF}+\overline{FE}=5a+3a=8a$

△DEC에서

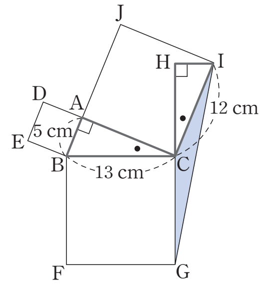
$\overline{DC}^2=\overline{DE}^2-\overline{CE}^2=(8a)^2-(3a)^2=55a^2$

△ACD에서

$\overline{AC}^2=\overline{AD}^2+\overline{CD}^2=(5a)^2+55a^2=80a^2$

∴ △DGF : △ABC$=\overline{DF}^2:\overline{AC}^2=25a^2:80a^2=5:16$

3 오른쪽 그림에서 △ABC가 직각삼각형이므로



$\overline{AC}^2=\overline{BC}^2-\overline{AB}^2$

$=13^2-5^2=144$

이때 $\overline{AC}>0$이므로

$\overline{AC}=12(\text{cm})$

점 I에서 $\overline{CG}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면

△ABC와 △HIC에서

∠BAC=∠IHC=90°, ∠ACB=90°−∠HCA=∠HCI

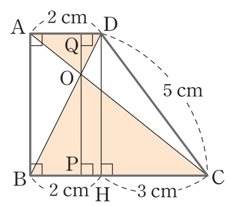
이므로 △ABC∽△HIC (AA 닮음)

$\overline{BC}:\overline{IC}=\overline{AB}:\overline{HI}$이므로

$13:12=5:\overline{HI}$, $13\overline{HI}=60$ ∴ $\overline{HI}=\frac{60}{13}(\text{cm})$

∴ △CGI$=\frac{1}{2}\times\overline{CG}\times\overline{HI}=\frac{1}{2}\times13\times\frac{60}{13}=30(\text{cm}^2)$

4 오른쪽 그림의 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH}=\overline{AD}=2$ cm,

$\overline{CH}=5-2=3(\text{cm})$

△DHC에서

$\overline{DH}^2=\overline{DC}^2-\overline{CH}^2=5^2-3^2=16$

이때 $\overline{DH}>0$이므로 $\overline{DH}=4(\text{cm})$

점 O에서 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라 하면

$\overline{OP}+\overline{OQ}=\overline{DH}=4$ cm

△OAD∽△OCB (AA 닮음)이고 닮음비가 2 : 5이므로

$\overline{OP}=\frac{5}{5+2}\times\overline{DH}=\frac{5}{7}\times4=\frac{20}{7}(\text{cm})$

$\overline{OQ}=\frac{2}{5+2}\times\overline{DH}=\frac{2}{7}\times4=\frac{8}{7}(\text{cm})$

∴ (색칠한 부분의 넓이)=△OBC+△OAD

$=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{OP}+\frac{1}{2}\times\overline{AD}\times\overline{OQ}$

$=\frac{1}{2}\times5\times\frac{20}{7}+\frac{1}{2}\times2\times\frac{8}{7}$

$=\frac{50}{7}+\frac{8}{7}=\frac{58}{7}(\text{cm}^2)$

II 도형의 닮음과 피타고라스 정리

단원 종합 문제

96~102쪽

1 ③, ⑤	**2** 5 cm	**3** 1	
4 49 : 64	**5** 4 cm	**6** $\frac{39}{5}$ cm	
7 $\frac{27}{7}$ cm	**8** 6 cm	**9** 15 cm	**10** 6 cm
11 72π	**12** 10 cm	**13** $\frac{9}{2}$ cm	
14 39 cm^2	**15** 24	**16** $\frac{40}{13}$	**17** 5 cm
18 16	**19** 5 : 6 : 4	**20** 3 : 4	
21 16 : 25	**22** 4 : 1	**23** 60π cm^2	
24 74π cm^3	**25** 12 : 41	**26** 8 cm^2	
27 50 cm	**28** 100 m	**29** 4 cm	
30 17 cm	**31** 80 cm^2	**32** 36 cm^2	**33** 90
34 $\frac{12}{5}$	**35** ④	**36** 340	**37** ④
38 높이: 24 cm, 부피: 800π cm^3			
39 $\frac{3}{2}$ cm	**40** 13π cm		

1 ③ 서로 합동인 두 도형은 1 : 1 닮음이다.
⑤ 서로 닮은 두 삼각형에서 대응각의 크기는 항상 같다.

2 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$이므로
$\triangle ADP \backsim \triangle ABQ$ (AA 닮음)
$\therefore \overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AP} : \overline{AQ} = 5 : 8$
또, $\triangle ADE \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)이므로
$\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{DE} : \overline{BC}$에서 $5 : 8 = \overline{DE} : 8$
$\therefore \overline{DE} = 5(\text{cm})$

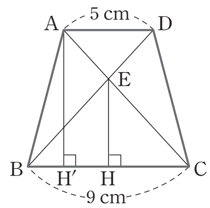
3 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비에 의해
$3 : (x+5) = 4 : 8$에서
$4(x+5) = 24$, $x+5=6$ $\quad\therefore x=1$

4 두 정육면체의 부피의 비가 $343 : 512 = 7^3 : 8^3$이므로
닮음비는 7 : 8이다.
따라서 두 정육면체의 겉넓이의 비는
$7^2 : 8^2 = 49 : 64$

5 $\triangle ACD \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)이므로
$\overline{AC} : \overline{AB} = \overline{AD} : \overline{AC}$에서
$\overline{AC}^2 = \overline{AB} \times \overline{AD}$, $6^2 = 9 \times \overline{AD}$ $\quad\therefore \overline{AD} = 4(\text{cm})$

6 $\triangle DAC$는 $\overline{AD} = \overline{CD}$인 이등변삼각형이므로
$\overline{AC} = x$ cm, $\overline{AD} = \overline{CD} = y$ cm라 하자.
$\triangle BCD \backsim \triangle BAC$ (AA 닮음)이므로
$\overline{BC} : \overline{BA} = \overline{BD} : \overline{BC}$에서
$\overline{BC}^2 = \overline{BD} \times \overline{BA}$, $25 = (8-y) \times 8$, $8-y = \frac{25}{8}$
$\therefore y = \frac{39}{8}$
또, $\overline{AC} \times \overline{BC} = \overline{CD} \times \overline{AB}$이므로 $x \times 5 = \frac{39}{8} \times 8$
$5x = 39$ $\quad\therefore x = \frac{39}{5}$
따라서 $\overline{AC}$의 길이는 $\frac{39}{5}$ cm이다.

7 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H′이라 하면
□ABCD의 넓이가 42 cm^2이므로



$\frac{1}{2} \times (5+9) \times \overline{AH'} = 42$
$\therefore \overline{AH'} = 6(\text{cm})$
$\triangle EAD \backsim \triangle ECB$ (AA 닮음)이므로
$\overline{AE} : \overline{CE} = \overline{AD} : \overline{CB} = 5 : 9$
또, $\triangle CEH \backsim \triangle CAH'$ (AA 닮음)이므로
$\overline{CE} : \overline{CA} = \overline{EH} : \overline{AH'}$
$9 : 14 = \overline{EH} : 6$, $14\overline{EH} = 54$ $\quad\therefore \overline{EH} = \frac{27}{7}(\text{cm})$

8 두 점 M, N이 각각 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$의 중점이므로
$\overline{AD} /\!/ \overline{MN} /\!/ \overline{BC}$
$\triangle ABC$에서 삼각형의 중점을 연결한 선분의 성질의 역에 의해
$\overline{MF} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 18 = 9(\text{cm})$
$\triangle BAD$에서 삼각형의 중점을 연결한 선분의 성질의 역에 의해
$\overline{ME} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{1}{2} \times 6 = 3(\text{cm})$
$\therefore \overline{EF} = \overline{MF} - \overline{ME} = 9 - 3 = 6(\text{cm})$

9 $\triangle ABC$에서 $\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{AN} = \overline{NC}$이므로 삼각형의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

$\overline{BC}=2\overline{MN}=2\times5=10(cm)$

또, △DBC에서 $\overline{DE}=\overline{EB}$, $\overline{DF}=\overline{FC}$이므로 삼각형의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

$\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times10=5(cm)$

$\therefore \overline{EF}+\overline{BC}=5+10=15(cm)$

10 △CEF∽△CAB (AA 닮음)이므로

$\overline{CF}:\overline{CB}=\overline{EF}:\overline{AB}$에서

$\overline{CF}:(\overline{CF}+6)=2:6$

$6\overline{CF}=2(\overline{CF}+6)$, $2\overline{CF}=6$ $\quad\therefore \overline{CF}=3(cm)$

또, △BFE∽△BCD (AA 닮음)이므로

$\overline{BF}:\overline{BC}=\overline{FE}:\overline{CD}$에서 $6:(6+3)=2:\overline{CD}$

$6\overline{CD}=18$ $\quad\therefore \overline{CD}=3(cm)$

$\therefore \overline{CF}+\overline{CD}=3+3=6(cm)$

11 두 원뿔의 닮음비가 4 : 8=1 : 2이므로 작은 원뿔의 밑면의 반지름의 길이는 3이고, 큰 원뿔의 모선의 길이는 10이다.

두 원뿔의 겉넓이 S, S'은 각각

$S=\pi\times6\times10+\pi\times6^2=96\pi$

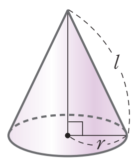
$S'=\pi\times3\times5+\pi\times3^2=24\pi$

$\therefore S-S'=96\pi-24\pi=72\pi$

TIP 원뿔의 옆넓이 구하기

밑면의 반지름의 길이가 r, 모선의 길이가 l인 원뿔의 옆넓이 S는

$S=\pi rl$



12 $\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{DC}$이므로

$6^2=\overline{BD}\times\frac{9}{2}$ $\quad\therefore \overline{BD}=8(cm)$

또, $\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}$이므로

$\overline{AB}^2=8\times\left(8+\frac{9}{2}\right)=8\times\frac{25}{2}=100$

이때 $\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=10(cm)$

13 △BDH∽△BEC∽△AEH∽△ADC (AA 닮음)이므로 △BDH와 △ADC에서

$\overline{BD}:\overline{AD}=\overline{DH}:\overline{DC}$

$4:6=3:\overline{CD}$, $4\overline{CD}=18$

$\therefore \overline{CD}=\frac{9}{2}(cm)$

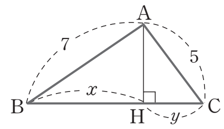
14 $\overline{AH}^2=\overline{BH}\times\overline{CH}=36$

이때 $\overline{AH}>0$이므로 $\overline{AH}=6(cm)$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}$

$=\frac{1}{2}\times(9+4)\times6=39(cm^2)$

15 오른쪽 그림의 △ABH에서



$\overline{AH}^2=7^2-x^2$ ······ ㉠

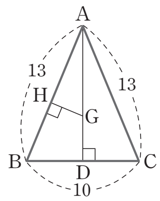
△AHC에서

$\overline{AH}^2=5^2-y^2$ ······ ㉡

㉠, ㉡에서 $7^2-x^2=5^2-y^2$

$\therefore x^2-y^2=7^2-5^2=24$

16 △ABC는 이등변삼각형이므로



$\overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times10=5$

△ABD에서 $\overline{AD}^2=13^2-5^2=144$

이때 $\overline{AD}>0$이므로 $\overline{AD}=12$

점 G는 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{AG}=\frac{2}{3}\overline{AD}=\frac{2}{3}\times12=8$

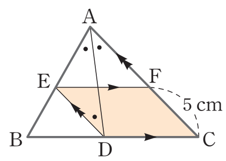
△ABD와 △AGH에서

∠BAD=∠GAH, ∠ADB=∠AHG=90°이므로

△ABD∽△AGH (AA 닮음)

즉, 13 : 8=5 : $\overline{GH}$, $13\overline{GH}=40$ $\quad\therefore \overline{GH}=\frac{40}{13}$

17 오른쪽 그림에서



$\overline{EF}$ // $\overline{BC}$, $\overline{ED}$ // $\overline{AC}$이므로

□EDCF는 평행사변형이다.

$\therefore \overline{ED}=\overline{FC}=5$ cm

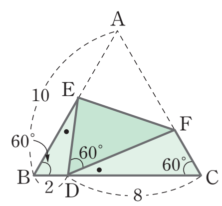
또, $\overline{ED}$ // $\overline{AC}$에서

∠EDA=∠CAD (엇각)이므로 ∠EAD=∠EDA

따라서 △EDA는 $\overline{AE}=\overline{DE}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{AE}=\overline{ED}=5$ cm

18 오른쪽 그림에서



∠EDF=60°이므로

∠BED=180°−(60°+∠EDB)

=∠CDF

또, ∠B=∠C=60°이므로

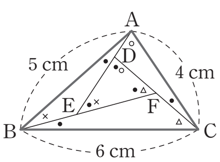
△BDE∽△CFD (AA 닮음)

따라서 $\overline{BE}:\overline{CD}=\overline{BD}:\overline{CF}$이므로

$\overline{BE}:8=2:\overline{CF}$

$\therefore \overline{BE}\times\overline{CF}=16$

19 오른쪽 그림과 같이



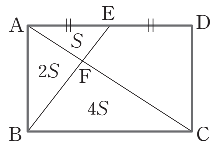
∠EAB+∠EBA=∠DEF=∠B,

∠FBC+∠FCB=∠EFD=∠C

이므로 △DEF∽△ABC (AA 닮음)

$\therefore \overline{DE} : \overline{EF} : \overline{FD} = \overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CA}$
$= 5 : 6 : 4$

20 오른쪽 그림에서



$\triangle FEA \backsim \triangle FBC$이므로
$\overline{AF} : \overline{CF} = \overline{AE} : \overline{CB} = 1 : 2$
닮음비가 $1 : 2$이므로
$\triangle AFE : \triangle CFB = 1 : 2^2 = 1 : 4$
즉, $\triangle AFE = S$라 하면 $\triangle CFB = 4S$
$\triangle BCA$에서
$\triangle BFA : \triangle BCF = \overline{AF} : \overline{FC} = 1 : 2$이므로
$\triangle BFA : 4S = 1 : 2 \qquad \therefore \triangle BFA = 2S$
$\therefore \triangle BEA : \triangle BCF = (S + 2S) : 4S = 3 : 4$

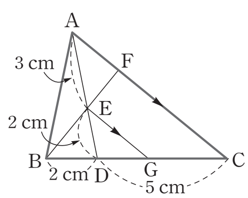
21 $\triangle ABP$와 $\triangle ADQ$에서
$\angle B = \angle D$, $\angle APB = \angle AQD$이므로
$\triangle ABP \backsim \triangle ADQ$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{AB} : \overline{AD} = 8 : 10 = 4 : 5$이므로
$\triangle ABP : \triangle ADQ = 4^2 : 5^2 = 16 : 25$

22 A5 용지의 긴 변의 길이를 a라 하면
A7 용지의 긴 변의 길이는 $\frac{1}{2}a$
A9 용지의 긴 변의 길이는 $\frac{1}{4}a$
따라서 A5 용지와 A9 용지의 닮음비는
$a : \frac{1}{4}a = 4 : 1$

23 작은 원뿔과 전체 원뿔의 닮음비가 $3 : 6 = 1 : 2$이므로 겉넓이의 비는 $1^2 : 2^2 = 1 : 4$이다.
따라서 작은 원뿔의 옆넓이가 $20\pi\ cm^2$일 때, 큰 원뿔의 옆넓이는 $80\pi\ cm^2$이므로 원뿔대의 옆넓이는
$80\pi - 20\pi = 60\pi(cm^2)$

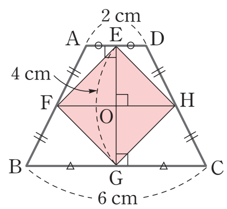
24 물의 부피와 그릇의 부피의 비는 $3^3 : 4^3 = 27 : 64$이므로 그릇의 부피를 $V\ cm^3$라 하면
$27 : 64 = 54\pi : V$
$\therefore V = 128\pi(cm^3)$
따라서 구하는 부피는
$128\pi - 54\pi = 74\pi(cm^3)$

25 오른쪽 그림에서



$\triangle BAE : \triangle BDE = \overline{AE} : \overline{DE}$
$= 3 : 2$
이므로 $\triangle BAE = 3S\ cm^2$,
$\triangle BDE = 2S\ cm^2$라 하자.
점 E에서 $\overline{AC}$에 평행한 직선을 그어 $\overline{BC}$와의 교점을 G라 하면
$\triangle DGE \backsim \triangle DCA$ (AA 닮음)이므로
$\overline{DG} : \overline{GC} = \overline{DE} : \overline{EA} = 2 : 3$
$\overline{DC} = 5$ cm이므로
$\overline{DG} = 2$ cm, $\overline{GC} = 3$ cm
이때 $\triangle EBG$에서 $\overline{BD} = \overline{DG} = 2$ cm이므로
$\triangle EDG = \triangle EBD = 2S\ cm^2$
한편, $\triangle BGE \backsim \triangle BCF$ (AA 닮음)이고
$\overline{BG} : \overline{BC} = 4 : 7$이므로
$\triangle BGE : \triangle BCF = 4^2 : 7^2 = 16 : 49$
이때 $\triangle BGE = \triangle EBD + \triangle EDG = 2S + 2S = 4S(cm^2)$
이므로
$4S : \triangle BCF = 16 : 49$
$\therefore \triangle BCF = \frac{49}{4}S(cm^2)$
$\square EDCF = \triangle BCF - \triangle BDE$
$= \frac{49}{4}S - 2S = \frac{41}{4}S(cm^2)$
$\therefore \triangle ABE : \square EDCF = 3S : \frac{41}{4}S$
$= 12 : 41$

26 오른쪽 그림에서 점 F와 점 H는



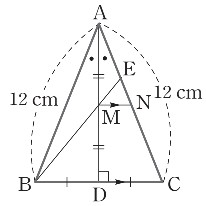
각각 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$의 중점이므로
$\overline{FH} /\!/ \overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이고
$\overline{FH} = \frac{\overline{AD} + \overline{BC}}{2}$
$= \frac{2+6}{2} = 4(cm)$
또, $\square ABCD$가 등변사다리꼴이므로
$\square ABGE \equiv \square DCGE$에서
$\angle OEA = \angle OGB = 90°$
따라서 $\overline{FH} \perp \overline{EG}$이므로
$\square EFGH = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8(cm^2)$

27 10 km $=$ 10000 m $=$ 1000000 cm이므로
구하는 지도 위의 거리를 x cm라 하면
$1 : 20000 = x : 1000000$
$\therefore x = \frac{1000000}{20000} = 50$
따라서 지도에서 50 cm로 그려진다.

28 $\triangle ABC$와 $\triangle EDC$에서
$\angle ABC = \angle EDC$, $\angle ACB = \angle ECD$ (맞꼭지각)이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle EDC$ (AA 닮음)

$\overline{AB} : \overline{ED} = \overline{BC} : \overline{DC}$
$\overline{AB} : 20 = 75 : 15$, $15\overline{AB} = 1500$
$\therefore \overline{AB} = 100(\text{m})$

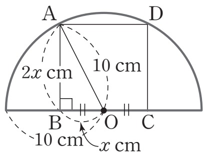
29 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로



$\overline{BD} = \overline{DC}$
점 M을 지나고 $\overline{DC}$에 평행한 직선을 그어 $\overline{AC}$와 만나는 점을 N이라 하면
$\triangle ADC$에서 중점을 연결한 선분의 정리에 의해
$\overline{AN} = \overline{NC} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6(\text{cm})$이고
$\overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{DC}$이므로 $\overline{MN} : \overline{DC} = 1 : 2$
$\triangle EBC$에서
$\overline{EN} : \overline{EC} = \overline{MN} : \overline{BC} = 1 : 4$이므로
$\overline{EN} : (\overline{EN} + 6) = 1 : 4$
$\overline{EN} + 6 = 4\overline{EN}$, $3\overline{EN} = 6$ $\quad \therefore \overline{EN} = 2(\text{cm})$
$\therefore \overline{AE} = \overline{AN} - \overline{EN} = 6 - 2 = 4(\text{cm})$

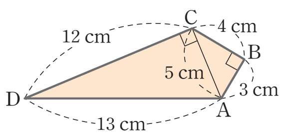
30 $\overline{AB}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는
$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = 64 + 225 = 289(\text{cm}^2)$
이때 $\overline{AB} > 0$이므로 $\overline{AB} = 17(\text{cm})$

31 오른쪽 그림과 같이



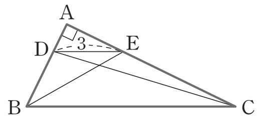
$\overline{BO} = \overline{OC} = x$ cm라 하면
$\overline{AB} = 2x$ cm
$\overline{OA}$를 그으면 $\overline{OA} = 10$ cm이므로
$\triangle ABO$에서 피타고라스 정리에 의해
$10^2 = x^2 + (2x)^2$, $x^2 = 20$
따라서 정사각형 ABCD의 넓이는
$(2x)^2 = 4x^2 = 80(\text{cm}^2)$

32 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면 직각삼각형 ABC에서



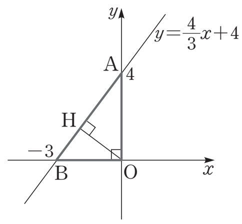
$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$
$= 3^2 + 4^2 = 25$
이때 $\overline{AC} > 0$이므로 $\overline{AC} = 5(\text{cm})$
$\triangle ACD$에서 $13^2 = 12^2 + 5^2$이므로
$\triangle ACD$는 $\angle C = 90°$인 직각삼각형이다.
$\therefore \square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$
$= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 + \frac{1}{2} \times 5 \times 12$
$= 6 + 30 = 36(\text{cm}^2)$

33 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$이므로



$\triangle ADE \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)
이고,
닮음비는 $1 : 3$이다.
즉, $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{DE} : \overline{BC}$이므로
$1 : 3 = 3 : \overline{BC}$ $\quad \therefore \overline{BC} = 9$
$\therefore \overline{CD}^2 + \overline{BE}^2 = (\overline{AD}^2 + \overline{AC}^2) + (\overline{AE}^2 + \overline{AB}^2)$
$= (\overline{AD}^2 + \overline{AE}^2) + (\overline{AC}^2 + \overline{AB}^2)$
$= \overline{DE}^2 + \overline{BC}^2$
$= 3^2 + 9^2 = 90$

34 오른쪽 그림과 같이 두 점 A, B를 잡으면

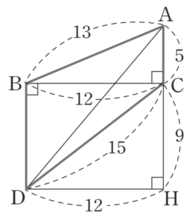


A(0, 4), B(−3, 0)
이므로
$\overline{AB}^2 = 3^2 + 4^2 = 25$
이때 $\overline{AB} > 0$이므로 $\overline{AB} = 5$
원점 O에서 직선 $y = \frac{4}{3}x + 4$에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\triangle OAB$에서
$\overline{OA} \times \overline{OB} = \overline{AB} \times \overline{OH}$이므로
$4 \times 3 = 5 \times \overline{OH}$ $\quad \therefore \overline{OH} = \frac{12}{5}$
따라서 구하는 거리는 $\frac{12}{5}$이다.

> **TIP** **점과 직선 사이의 거리**
> 직선 l 위에 있지 않은 점 P에서 직선 l에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 점 P와 직선 l 사이의 거리는 $\overline{PH}$의 길이이다.

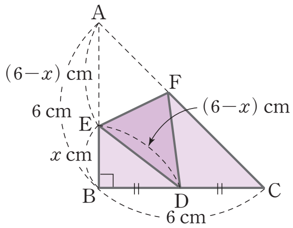
35 ① $3^2 + 4^2 = 5^2$이므로 직각삼각형이다.
② $16^2 < 15^2 + 8^2$이므로 예각삼각형이다.
③ $2 + 3 = 5$이므로 삼각형이 되지 않는다.
④ $13^2 > 11^2 + 5^2$이므로 둔각삼각형이다.
⑤ $4^2 < 3^2 + 3^2$이므로 예각삼각형이다.

36 오른쪽 그림의 $\triangle ABC$에서



$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{AC}^2 = 13^2 - 5^2 = 144$
이때 $\overline{BC} > 0$이므로 $\overline{BC} = 12$
점 D에서 $\overline{AC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{DH} = \overline{BC} = 12$이므로
$\triangle CDH$에서
$\overline{CH}^2 = \overline{CD}^2 - \overline{DH}^2 = 15^2 - 12^2 = 81$
이때 $\overline{CH} > 0$이므로 $\overline{CH} = 9$
따라서 $\triangle ADH$에서
$\overline{AD}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{DH}^2 = 14^2 + 12^2 = 340$

37 오른쪽 그림에서



$\overline{BE}=x$ cm라 하면

$\overline{ED}=\overline{AE}=(6-x)$ cm

$\triangle$EBD에서 피타고라스 정리에 의해

$x^2+3^2=(6-x)^2$

$x^2+9=36-12x+x^2$

$12x=27 \qquad \therefore x=\dfrac{9}{4}$

따라서 $\overline{BE}$의 길이는 $\dfrac{9}{4}$ cm이다.

38 원뿔의 높이 $\overline{AO}$는

$\overline{AO}^2=\overline{AB}^2-\overline{OB}^2=26^2-10^2=576$

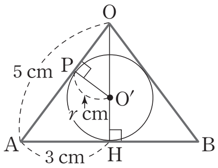
이때 $\overline{AO}>0$이므로 $\overline{AO}=24$(cm)

따라서 구하는 부피 V는

$V=\dfrac{1}{3}\times$(밑면의 넓이)$\times\overline{AO}=\dfrac{1}{3}\times\pi\times10^2\times24$

$=800\pi(\text{cm}^3)$

39 오른쪽 그림의 $\triangle$OAH에서



$\overline{OH}^2=\overline{OA}^2-\overline{AH}^2=5^2-3^2=16$

이때 $\overline{OH}>0$이므로 $\overline{OH}=4$(cm)

$\triangle OO'P \backsim \triangle OAH$ (AA 닮음)

이므로

$\overline{O'P}=r$ cm라 하면

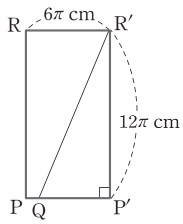
$\overline{OO'}:\overline{OA}=\overline{O'P}:\overline{AH}$에서

$(4-r):5=r:3,\ 5r=12-3r$

$8r=12 \qquad \therefore r=\dfrac{3}{2}$

따라서 구의 반지름의 길이는 $\dfrac{3}{2}$ cm이다.

40 원기둥의 옆면의 전개도를 그려 보면 오른쪽 그림과 같다.



원기둥의 밑면의 둘레의 길이는

$2\pi\times3=6\pi$(cm)이므로

$\overline{RR'}=\overline{PP'}=6\pi$ cm

또, $\overline{PQ}=2\pi\times3\times\dfrac{60}{360}=\pi$(cm)

$\therefore \overline{QP'}=6\pi-\pi=5\pi$(cm)

따라서 구하는 최단 길이는 $\overline{QR'}$이므로 $\triangle R'QP'$에서

$\overline{QR'}^2=\overline{QP'}^2+\overline{R'P'}^2=(5\pi)^2+(12\pi)^2=169\pi^2$

이때 $\overline{QR'}>0$이므로 $\overline{QR'}=13\pi$(cm)

1 경우의 수

1 주제별 실력다지기

105~110쪽

1 7　**2** (1) 5　(2) 7　**3** 12　**4** 27

5 풀이 참조, (1) 풀이 참조　(2) 풀이 참조

6 도: 4, 개: 6, 걸: 4, 윷: 1, 모: 1

7 9　**8** 6　**9** 22　**10** 20

11 48　**12** 287　**13** (1) 62번째　(2) cebda

14 풀이 참조, 10　**15** 24　**16** 4

17 10　**18** 20종류　**19** 120　**20** 60

21 24　**22** 24　**23** 120　**24** 24

25 36　**26** 120　**27** 48　**28** 3

29 12　**30** 35　**31** 35　**32** 20

33 60　**34** 60　**35** 66

1 책상을 선택하는 경우가 4가지
의자를 선택하는 경우가 3가지
책상과 의자를 동시에 선택할 수 없으므로 합의 법칙에 의하여 구하는 경우의 수는
$4+3=7$

2 (1) 3의 배수가 적힌 카드를 선택하는 경우는 3, 6, 9의 3가지, 5의 배수가 적힌 카드를 선택하는 경우는 5, 10의 2가지이고, 중복되는 경우가 없으므로 합의 법칙에 의하여 구하는 경우의 수는
$3+2=5$
(2) 2의 배수가 적힌 카드를 선택하는 경우는 2, 4, 6, 8, 10의 5가지, 3의 배수가 적힌 카드를 선택하는 경우는 3, 6, 9의 3가지이고, 이 중에서 6은 중복되므로 합의 법칙에 의하여 구하는 경우의 수는
$5+3-1=7$

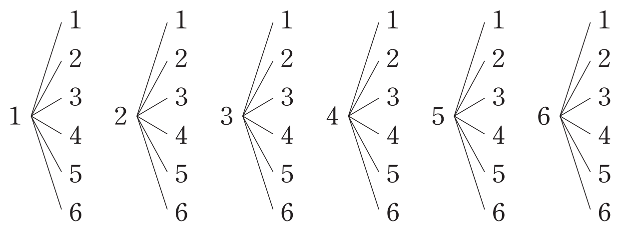
3 책상을 선택하는 경우는 4가지이고, 그 각각의 경우에 대하여 의자를 선택하는 경우는 3가지이므로 곱의 법칙에 의하여 구하는 가구 세트의 종류의 수는
$4\times3=12$

4 두 수의 곱이 짝수인 경우는 (짝수)×(짝수), (짝수)×(홀수), (홀수)×(짝수)이므로 전체 경우의 수에서 (홀수)×(홀수)의 경우의 수를 제외한 것과 같다.
두 개의 주사위를 동시에 던질 때 나올 수 있는 눈의 수는
$6\times6=36$
홀수가 나오는 경우는 1, 3, 5의 3가지이므로
(홀수)×(홀수)인 경우의 수는 $3\times3=9$
따라서 구하는 경우의 수는
$36-9=27$

다른 풀이

두 수의 곱이 짝수인 경우는 (짝수)×(짝수), (짝수)×(홀수), (홀수)×(짝수)이다.
짝수가 나오는 경우는 2, 4, 6의 3가지이고, 홀수가 나오는 경우는 1, 3, 5의 3가지이므로
(짝수)×(짝수)인 경우의 수는 $3\times3=9$
(짝수)×(홀수)인 경우의 수는 $3\times3=9$
(홀수)×(짝수)인 경우의 수는 $3\times3=9$
따라서 구하는 경우의 수는
$9+9+9=27$

5 서로 다른 주사위 2개를 동시에 던질 때, 나올 수 있는 모든 경우를 나뭇가지 모양의 그림으로 나타내면 다음과 같다.



(1) 두 주사위의 눈의 수의 합에 따른 경우의 수

합	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	합계
경우의 수	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1	36

(2) 두 주사위의 눈의 수의 차에 따른 경우의 수

차	0	1	2	3	4	5	합계
경우의 수	6	10	8	6	4	2	36

6 윷짝의 평평한 면을 H, 둥근 면을 T라 하고 서로 다른 윷짝 4개를 동시에 던질 때, 나올 수 있는 모든 경우를 나뭇가지 모양의 그림으로 나타내면 다음과 같다.

- H
  - H
    - H
      - H — 윷
      - T — 걸
    - T
      - H — 걸
      - T — 개
  - T
    - H
      - H — 걸
      - T — 개
    - T
      - H — 개
      - T — 도
- T
  - H
    - H
      - H — 걸
      - T — 개
    - T
      - H — 개
      - T — 도
  - T
    - H
      - H — 개
      - T — 도
    - T
      - H — 도
      - T — 모

따라서 도가 나오는 경우의 수는 4, 개가 나오는 경우의 수는 6, 걸이 나오는 경우의 수는 4, 윷이 나오는 경우의 수는 1, 모가 나오는 경우의 수는 1이다.

7 주연, 은정, 현정 세 사람이 가위바위보를 할 때, 나올 수 있는 모든 경우를 나뭇가지 모양의 그림으로 나타내면 다음과 같다.

주연 은정 현정

- 가위
  - 가위
    - 가위
    - 바위 (○)
    - 보
  - 바위
    - 가위 (○)
    - 바위
    - 보
  - 보
    - 가위
    - 바위
    - 보 (○)
- 바위
  - 가위
    - 가위 (○)
    - 바위
    - 보
  - 바위
    - 가위
    - 바위
    - 보 (○)
  - 보
    - 가위
    - 바위 (○)
    - 보
- 보
  - 가위
    - 가위
    - 바위
    - 보 (○)
  - 바위
    - 가위
    - 바위 (○)
    - 보
  - 보
    - 가위 (○)
    - 바위
    - 보

이때 한 사람만 이기는 경우는 위의 나뭇가지 모양의 그림에서 ○표한 9가지이므로 구하는 경우의 수는 9이다.

8 동전의 앞면을 H, 뒷면을 T라 하고 서로 다른 동전 4개를 동시에 던질 때, 나올 수 있는 모든 경우를 나뭇가지 모양의 그림으로 나타내면 다음과 같다.

- H
  - H
    - H
      - H
      - T
    - T
      - H
      - T (○)
  - T
    - H
      - H
      - T (○)
    - T
      - H (○)
      - T
- T
  - H
    - H
      - H
      - T (○)
    - T
      - H (○)
      - T
  - T
    - H
      - H (○)
      - T
    - T
      - H
      - T

따라서 앞면이 2개 나오는 경우는 나뭇가지 모양의 그림에서 ○표한 6가지이므로 구하는 경우의 수는 6이다.

9

합	2	3	4	5
경우의 수	1	2	3	4

차	3	4	5
경우의 수	6	4	2

위의 표에서

$m=1+2+3+4=10$, $n=6+4+2=12$이므로

$m+n=10+12=22$

TIP 주사위 2개의 눈의 수의 합이 2, 3, 4, 5인 경우로 나누어 생각한다.
마찬가지로 주사위 2개의 눈의 수의 차가 3, 4, 5인 경우로 나누어 생각한다.

10 5명의 사람을 A, B, C, D, E라 하고 각각 자신의 이름이 적힌 의자를 a, b, c, d, e라 하자. 이때 A, B만 자신의 이름이 적힌 의자에 앉는 경우는 다음과 같이 2가지이다.

A	B	C	D	E
a	b	d	e	c
a	b	e	c	d

그런데 자신의 이름이 적힌 의자에 앉는 두 사람이 선택되는 경우는 AB, AC, AD, AE, BC, BD, BE, CD, CE, DE의 10가지이므로 구하는 경우의 수는

$2\times10=20$

11 (i) A → B → C → A : $3\times4\times2=24$

(ii) A → C → B → A : $2\times4\times3=24$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$24+24=48$

12 각각의 지불 방법을 생각해 보면

10000원짜리 지폐는 0~5장의 6가지, 1000원짜리 지폐는 0~11장의 12가지, 500원짜리 동전은 0~3개의 4가지이고, 이때 0원을 지불하는 방법은 1가지이다.

따라서 구하는 경우의 수는 $6\times12\times4-1=287$

13 (1) (i) a○○○○인 단어 :

$4\times3\times2\times1=24$(개)

(ii) b○○○○인 단어 :

$4\times3\times2\times1=24$(개)

(iii) c a○○○인 단어 :

$3\times2\times1=6$(개)

(iv) c b○○○인 단어 :

$3\times2\times1=6$(개)

그 다음은 cdabe, cdaeb, ⋯이므로 cdaeb는

$24+24+6+6+1+1=62$(번째)

(2) a○○○○, b○○○○인 단어가 각각 24개이고,

ca○○○, cb○○○, cd○○○인 단어가 각각 6개이므로

$24+24+6+6+6=66$(개)

따라서 70번째 단어는 ce○○○인 단어 중 4번째이므로

ceabd, ceadb, cebad, cebda, ⋯에서 cebda가 된다.

14

1	2	3	2	3	4	3	$\boxed{4}$	$\boxed{5}$
1	$\boxed{2}$	$\boxed{4}$	2	$\boxed{3}$	$\boxed{5}$			
1	$\boxed{2}$	$\boxed{5}$	2	4	$\boxed{5}$			
1	3	4						
1	$\boxed{3}$	$\boxed{5}$						
1	4	$\boxed{5}$						

따라서 구하는 경우의 수는 10이다.

15 순서가 있는 나열이므로 $4\times3\times2=24$

16 4명을 a, b, c, d라 하면 위원 3명을 뽑는 경우는 다음과 같다.

$$a\left<\begin{matrix} b\left<\begin{matrix} c \\ d \end{matrix}\right. \\ c - d \end{matrix}\right. ,\quad b - c - d$$

따라서 구하는 경우의 수는 $3+1=4$

다른 풀이

4명 중 3명의 위원을 뽑는 경우의 수는 4명 중 위원이 되지 않는 사람 1명을 뽑는 경우의 수와 같으므로 4이다.

17 서로 다른 빨간 공을 a, b, c, d, e라 하면 서로 다른 빨간 공 2개를 뽑는 경우는 다음과 같다.

$$a\left<\begin{matrix} b \\ c \\ d \\ e \end{matrix}\right. ,\ b\left<\begin{matrix} c \\ d \\ e \end{matrix}\right. ,\ c\left<\begin{matrix} d \\ e \end{matrix}\right. ,\ d - e$$

따라서 구하는 경우의 수는

$4+3+2+1=10$

다른 풀이

5개의 공 중에서 순서에 관계없이 2개의 공을 뽑는 경우의 수와 같으므로 $\frac{5\times4}{2}=10$

18 5개의 지역 중에서 두 지역을 뽑아 일렬로 나열하면 (출발 지역, 도착 지역)의 순서로 볼 수 있으므로 만들어야 하는 버스표는 $5\times4=20$(종류)

19 $5\times4\times3\times2\times1=120$

20 $5\times4\times3=60$

21 짝수가 되는 경우는 □□2, □□4의 2가지이고, 각각의 경우는

$4\times3=12$(가지)

따라서 구하는 짝수의 개수는

$2\times12=24$

22 3의 배수이려면 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이어야 하므로

$(1, 2, 3)$, $(1, 3, 5)$, $(2, 3, 4)$, $(3, 4, 5)$

의 4가지 순서쌍을 각각 배열하면 된다.

따라서 구하는 3의 배수의 개수는

$4\times(3\times2\times1)=24$

23 $5\times4\times3\times2\times1=120$

24 남학생 세 명을 하나로 묶어서 생각하고, 여학생 두 명을 하나로 묶어서 생각하면 두 명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$2\times1=2$

이때 남학생 세 명끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는

$3\times2\times1=6$이고, 여학생 두 명끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2\times1=2$이므로 구하는 경우의 수는

$2\times6\times2=24$

25 남학생 세 명을 하나로 묶어서 생각하면 세 명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$3\times2\times1=6$

이때 남학생 세 명끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는

$3\times2\times1=6$이므로 구하는 방법의 수는

$6\times6=36$

26 $\dfrac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{6}=120$

27 부모를 하나로 묶어서 생각하면 5명을 원탁에 앉히는 경우의 수는 $\dfrac{5\times4\times3\times2\times1}{5}=24$이고, 부모가 자리를 바꾸는 경우의 수는 2이므로 구하는 경우의 수는

$24\times2=48$

28 $\dfrac{3\times2\times1}{2}=3$

29 매듭을 구슬 1개로 생각해야 하므로

$\dfrac{4\times3\times2\times1}{2}=12$

30 7개의 점 중에서 3개의 점을 택하면 삼각형이 결정되므로 만들 수 있는 삼각형의 개수는

$\dfrac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=35$

31 7개의 점 중에서 4개의 점을 택하면 사각형이 결정되므로 만들 수 있는 사각형의 개수는

$\dfrac{7\times6\times5\times4}{4\times3\times2\times1}=35$

32 (i) 한 변의 길이가 1인 정사각형의 개수 :

$4\times3=12$

(ii) 한 변의 길이가 2인 정사각형의 개수 :

$3\times2=6$

(iii) 한 변의 길이가 3인 정사각형의 개수 :

$2\times1=2$

(i), (ii), (iii)에서 구하는 정사각형의 개수는

$12+6+2=20$

33 가로 4개의 선분 중에서 2개, 세로 5개의 선분 중에서 2개를 택하면 하나의 직사각형이 만들어지므로 구하는 직사각형의 개수는

$\dfrac{4\times3}{2}\times\dfrac{5\times4}{2}=6\times10=60$

34 A 지점에서 C 지점까지 최단 거리로 가는 방법의 수는

$\dfrac{5\times4\times3\times2\times1}{(3\times2\times1)\times(2\times1)}=10$

C 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 방법의 수는

$\dfrac{4\times3\times2\times1}{(2\times1)\times(2\times1)}=6$

따라서 구하는 방법의 수는

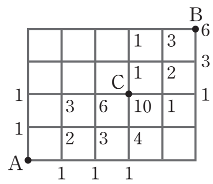
$10\times6=60$

다른 풀이

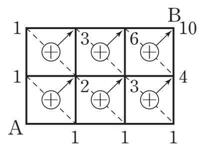
오른쪽 그림과 같이 A 지점에서 C 지점까지 최단 거리로 가는 방법의 수는 10, C 지점에서 B 지점까지 최단 거리고 가는 방법의 수는 6

따라서 구하는 방법의 수는

$10\times6=60$



TIP A 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수를 구할 때, B 지점까지 가기 위해 지나가는 각 지점에 그 지점까지 가는 경우의 수를 표시하여 오른쪽과 같이 구할 수 있다. 이때 다른 방향으로 동시에 갈 수 없으므로 진행 방향의 꺾인 점마다 방법의 수를 구하여 쓴다.



35 A 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 방법의 수는

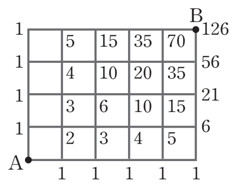
$\dfrac{9\times8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}{(5\times4\times3\times2\times1)\times(4\times3\times2\times1)}=126$

이때 C 지점을 반드시 거쳐서 가는 방법의 수가 60이므로 C 지점을 거치지 않고 가는 방법의 수는

$126-60=66$

다른 풀이

오른쪽 그림과 같이 A 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 방법의 수는 126이고, C 지점을 반드시 거쳐서 가는 방법의 수가 60이므로 구하는 방법의 수는 $126-60=66$



2 STEP
실력 높이기

111~116쪽

1 23	**2** 24	**3** 36	**4** 18
5 (1) 10 (2) 8	(3) 10	**6** 27	**7** 9
8 144	**9** 59	**10** 9	**11** 39
12 30	**13** 23	**14** 30	**15** 4320
16 72	**17** 36	**18** 64	**19** 9
20 12	**21** 12	**22** 13	**23** 6
24 66	**25** 72	**26** 180	**27** 4
28 15	**29** 16	**30** 6	

1 1에서 50까지의 자연수 중 3의 배수는 16개이고, 5의 배수는 10개이다. 이때 3과 5의 공배수, 즉 15의 배수는 3개이므로 구하는 수의 개수는

$16+10-3=23$

TIP 서로소인 두 자연수의 공배수 구하기
두 자연수 a, b에 대하여 a의 배수이면서 동시에 b의 배수인 수는 a와 b의 공배수이다. 한편 a와 b가 서로소이면 a와 b의 최소공배수는 ab이므로 a와 b의 공배수는 ab의 배수와 같다.

2 360을 소인수분해하면 $2^3\times3^2\times5$이다. 이때 2^3의 약수는 1, 2, 2^2, 2^3의 4개, 3^2의 약수는 1, 3, 3^2의 3개, 5의 약수는 1, 5의 2개이고, 2^3, 3^2, 5의 약수를 각각 하나씩 곱하면 360의 약수가 된다.
따라서 360의 약수의 개수는
$4\times3\times2=24$

3 서술형

표현 단계 0은 백의 자리에 올 수 없으므로 백의 자리의 숫자가 1, 2, 3인 세 자리의 정수의 개수를 구하면

변형 단계 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 1, 2, 3의 3가지, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리에 온 숫자를 제외한 4가지, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리, 십의 자리에 온 숫자를 제외한 3가지이므로

풀이 단계 구하는 정수의 개수는 $3\times4\times3=36$

4 백의 자리에 올 수 있는 수는 0을 제외한 2가지, 십의 자리와 일의 자리에 올 수 있는 수는 각각 3가지이므로 구하는 세 자리의 정수의 개수는
$2\times3\times3=18$

5 (1) 짝수가 되려면 일의 자리의 숫자가 0 또는 2이어야 한다.

(i) $\boxed{㉠}\boxed{㉡}0$인 경우
㉠에 올 수 있는 수는 1, 2, 3의 3가지, ㉡에 올 수 있는 수는 1, 2, 3 중 ㉠에 온 수를 제외한 2가지이므로
$3\times2=6$

(ii) $\boxed{㉠}\boxed{㉡}2$인 경우
㉠에 올 수 있는 수는 1, 3의 2가지, ㉡에 올 수 있는 수는 0, 1, 3 중 ㉠에 온 수를 제외한 2가지이므로
$2\times2=4$

(i), (ii)에서 구하는 짝수의 개수는
$6+4=10$

(2) 홀수가 되려면 일의 자리의 숫자가 1 또는 3이어야 한다.

(i) $\boxed{㉠}\boxed{㉡}1$인 경우
㉠에 올 수 있는 수는 2, 3의 2가지, ㉡에 올 수 있는 수는 0, 2, 3 중 ㉠에 온 수를 제외한 2가지이므로
$2\times2=4$

(ii) $\boxed{㉠}\boxed{㉡}3$인 경우
(i)과 마찬가지로 $2\times2=4$

(i), (ii)에서 구하는 홀수의 개수는
$4+4=8$

(3) 3의 배수가 되려면 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이어야 하므로 (0, 1, 2), (1, 2, 3)의 2가지 순서쌍을 각각 배열하면 된다.
따라서 구하는 3의 배수의 개수는
$2\times2\times1+3\times2\times1=4+6=10$

6 주사위 2개를 동시에 던질 때, 나올 수 있는 모든 경우의 수는
$6\times6=36$
이때 2개의 주사위 모두 홀수의 눈이 나오는 경우의 수는
$3\times3=9$
따라서 적어도 하나는 짝수의 눈이 나오는 경우의 수는
$36-9=27$

7 동전 2개를 던질 때, 적어도 하나의 동전이 앞면이 나오는 경우는 (앞, 앞), (뒤, 앞), (앞, 뒤)의 3가지이고, 주사위 1개를 던질 때, 소수의 눈이 나오는 경우는 2, 3, 5의 3가지이므로 구하는 경우의 수는
$3\times3=9$

다른 풀이

동전 2개를 던질 때, 나올 수 있는 모든 경우의 수는

$2\times2=4$

이때 2개 모두 뒷면이 나오는 경우는 1가지이므로 적어도 하나의 동전이 앞면이 나오는 경우의 수는

$4-1=3$

주사위 1개를 던질 때, 소수의 눈이 나오는 경우는 2, 3, 5의 3가지이므로 구하는 경우의 수는

$3\times3=9$

8 (i) $A \to B \to D \to B \to A$의 경우의 수는

$3\times2\times2\times3=36$

(ii) $A \to B \to D \to C \to A$의 경우의 수는

$3\times2\times3\times2=36$

(iii) $A \to C \to D \to B \to A$의 경우의 수는

$2\times3\times2\times3=36$

(iv) $A \to C \to D \to C \to A$의 경우의 수는

$2\times3\times3\times2=36$

(i)~(iv)에서 구하는 경우의 수는

$36+36+36+36=144$

다른 풀이

(i) A 지점을 출발하여 D 지점까지 가는 경우

$A \to B \to D$: $3\times2=6$(가지)

$A \to C \to D$: $2\times3=6$(가지)

따라서 $6+6=12$(가지)

(ii) D 지점에서 A 지점으로 돌아오는 경우

$D \to B \to A$: $2\times3=6$(가지)

$D \to C \to A$: $3\times2=6$(가지)

따라서 $6+6=12$(가지)

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$12\times12=144$

9 서술형

표현 단계 두 팀이 한 경기를 치르므로

변형 단계 1차 예선의 60개 팀은 30경기를 치른다. 같은 방법으로 2차 예선의 30개 팀은 15경기, 3차 예선은 1팀이 부전승으로 올라가고 나머지 14개 팀이 7경기, 4차 예선은 8개 팀이 4경기, 5차 예선은 4개 팀이 2경기, 결승전은 2개 팀이 1경기를 치른다.

풀이 단계 따라서 총 경기의 수는

$30+15+7+4+2+1=59$

10 세 사람이 가위바위보를 할 때, 두 사람이 이기고 한 사람만 져서 승부가 나는 경우는 (가위, 가위, 보), (바위, 바위, 가위), (보, 보, 바위)의 3가지이다.

이때 주희, 동원, 동진 세 사람이 (가위, 가위, 보)로 승부가 나는 경우는 다음과 같이 3가지이다.

주희	동원	동진
가위	가위	보
가위	보	가위
보	가위	가위

나머지 2가지 경우도 마찬가지이므로 구하는 경우의 수는

$3\times3=9$

11 500원짜리 동전 1개를 100원짜리 동전 5개로 생각하면 10원짜리 동전 3개와 100원짜리 동전 9개로 지불할 수 있는 금액의 가짓수를 구하는 것과 같다.

즉, 10원짜리 동전으로 지불할 수 있는 방법은 4가지,

100원짜리 동전으로 지불할 수 있는 방법은 10가지이고,

0원을 지불하는 방법은 제외하므로 지불할 수 있는 금액의 가짓수는

$4\times10-1=39$

12 (i) 두 눈의 수의 차가 0인 경우

(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)의 6가지

(ii) 두 눈의 수의 차가 1인 경우

(1, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 2), (3, 4), (4, 3), (4, 5), (5, 4), (5, 6), (6, 5)의 10가지

(iii) 두 눈의 수의 차가 2인 경우

(1, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 5), (4, 2), (4, 6), (5, 3), (6, 4)의 8가지

(iv) 두 눈의 수의 차가 3인 경우

(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 1), (5, 2), (6, 3)의 6가지

(i)~(iv)에서 두 눈의 수의 차가 3 이하가 되는 경우의 수는

$6+10+8+6=30$

다른 풀이

주사위 2개를 동시에 던질 때, 나올 수 있는 모든 경우의 수는

$6\times6=36$

(i) 두 눈의 수의 차가 4가 되는 경우

(1, 5), (2, 6), (5, 1), (6, 2)의 4가지

(ii) 두 눈의 수의 차가 5가 되는 경우

(1, 6), (6, 1)의 2가지

(i), (ii)에서 두 눈의 수의 차가 4 이상이 되는 경우의 수는

$4+2=6$

따라서 두 눈의 수의 차가 3 이하가 되는 경우의 수는

$36-6=30$

13 서술형

표현 단계 $y=\dfrac{b}{a}x-1$이므로 a, b로 만들어지는 서로 다른 기울기의 개수를 구하면 된다.

변형 단계 구하는 a, b를 순서쌍 (a, b)로 나타내면 $(1, 1)$, $(2, 2)$, $(3, 3)$, $(4, 4)$, $(5, 5)$, $(6, 6)$은 기울기가 1로 같은 경우이고, $(1, 2)$, $(2, 4)$, $(3, 6)$은 기울기가 2로 같은 경우, $(1, 3)$, $(2, 6)$은 기울기가 3으로 같은 경우, $(2, 1)$, $(4, 2)$, $(6, 3)$은 기울기가 $\dfrac{1}{2}$로 같은 경우, $(2, 3)$, $(4, 6)$은 기울기가 $\dfrac{3}{2}$으로 같은 경우, $(3, 1)$, $(6, 2)$는 기울기가 $\dfrac{1}{3}$로 같은 경우, $(3, 2)$, $(6, 4)$는 기울기가 $\dfrac{2}{3}$로 같은 경우이다.

풀이 단계 따라서 전체의 경우에서 중복된 경우를 빼면 구하는 직선의 개수는 $36-13=23$

14 과일을 택하는 경우의 수는

$\dfrac{5\times4}{2\times1}=10$

이고, 음료수를 택하는 경우의 수는 3이므로 구하는 경우의 수는

$10\times3=30$

15 남자 3명과 여자 4명, 즉 7명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$7\times6\times5\times4\times3\times2\times1=5040$

남자 3명이 항상 이웃하려면

남 남 남 여 여 여 여

와 같이 남자 3명을 하나로 묶어서 생각해야 한다.

5명을 일렬로 세우는 경우는 $5\times4\times3\times2\times1=120$(가지)이고, 남자 3명끼리 자리를 바꾸는 경우는 $3\times2\times1=6$(가지)이므로 남자 3명이 항상 이웃하도록 세우는 경우의 수는

$120\times6=720$

따라서 남자 3명이 항상 이웃하지 않도록 세우는 경우의 수는

$5040-720=4320$

16 어느 남학생끼리도 이웃하지 않고, 어느 여학생끼리도 이웃하지 않게 세우려면 남학생과 여학생을 번갈아 세워야 한다. 즉,

(남 여 남 여 남 여) 또는 (여 남 여 남 여 남)

의 2가지 경우가 있고, 각각 남학생 3명, 여학생 3명을 일렬로 세우는 경우가 $3\times2\times1=6$(가지)씩 있다.

따라서 구하는 경우의 수는

$6\times6\times2=72$

17 A ○ B ○ ○

먼저 A, B 사이에 한 명을 세우는 경우의 수는 3이다.

A, B와 그 사이의 한 명을 하나로 묶어서 생각하면 세 명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$이고, A와 B가 자리를 바꾸는 경우의 수는 2이므로 구하는 경우의 수는

$3\times6\times2=36$

18 세 학생을 각각 A, B, C라고 하면 A가 학원을 선택하는 경우는 4가지이고, B와 C도 마찬가지이므로 구하는 경우의 수는

$4\times4\times4=64$

19 서술형

표현 단계 직접 수형도를 그려서 경우의 수를 구한다.

변형 단계 학생을 A, B, C, D라 하고 각 학생의 가방을 a, b, c, d라 하면 자기 가방을 든 학생이 한 명도 없는 경우는 다음과 같다.

A	B	C	D
b	a	d	c
	c	d	a
	d	a	c
c	a	d	b
	d	a	b
		b	a
d	a	b	c
	c	a	b
		b	a

풀이 단계 따라서 구하는 경우의 수는 9이다.

20 여자 3명을 하나로 묶어서 생각하면 3명을 원탁에 앉히는 경우의 수는

$\dfrac{3\times2\times1}{3}=2$

이때 여자끼리 자리를 바꾸는 경우의 수가 $3\times2\times1=6$이므로 구하는 경우의 수는

$2\times6=12$

21 $\dfrac{4\times3\times2\times1}{2}=12$

22 3장의 카드를 뽑을 때 나올 수 있는 수들은

$(1, 1, 1)$, $(1, 1, 2)$, $(1, 1, 3)$, $(1, 2, 3)$이다.

이때 $(1, 1, 1)$로 만들 수 있는 세 자리의 정수의 개수는 1

$(1, 1, 2)$로 만들 수 있는 세 자리의 정수의 개수는

$\dfrac{3\times2\times1}{2}=3$

(1, 1, 3)으로 만들 수 있는 세 자리의 정수의 개수는

$\dfrac{3\times2\times1}{2}=3$

(1, 2, 3)으로 만들 수 있는 세 자리의 정수의 개수는

$3\times2\times1=6$

따라서 만들 수 있는 세 자리 정수의 개수는

$1+3+3+6=13$

다른 풀이

3장의 카드를 뽑아 만들 수 있는 세 자리의 정수는

(1, 1, 1)을 뽑을 때, 111의 1가지

(1, 1, 2)를 뽑을 때, 112, 121, 211의 3가지

(1, 1, 3)을 뽑을 때, 113, 131, 311의 3가지

(1, 2, 3)을 뽑을 때, 123, 132, 213, 231, 312, 321의 6가지

따라서 만들 수 있는 세 자리 정수의 개수는

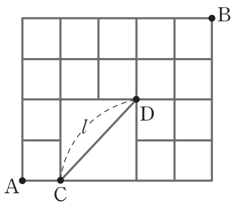
$1+3+3+6=13$

23 l을 거쳐서 가는 경우는

A → C → D → B

이므로 구하는 경우의 수는

$1\times1\times\dfrac{4\times3\times2\times1}{(2\times1)\times(2\times1)}=6$

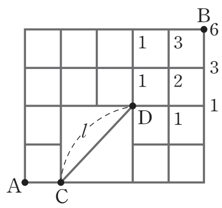


다른 풀이

오른쪽 그림과 같이 l을 거쳐서 D 지점까지 가는 경우의 수는 1

D 지점에서 B 지점까지 가는 경우의 수는 6

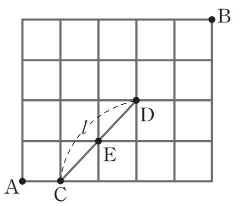
따라서 구하는 경우의 수는 $1\times6=6$



24 전체 길을 위의 바둑판 모양으로 생각하면 A 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$\dfrac{9\times8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}{(5\times4\times3\times2\times1)\times(4\times3\times2\times1)}$

$=126$



l을 거치지 않고 가려면 E 지점을 지나지 않으면 된다.

이때 E 지점을 지나는 경우의 수는

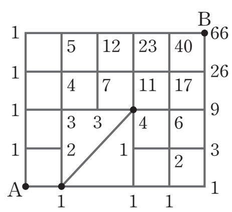
$\dfrac{3\times2\times1}{2\times1}\times\dfrac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{(3\times2\times1)\times(3\times2\times1)}=3\times20=60$

따라서 구하는 경우의 수는

$126-60=66$

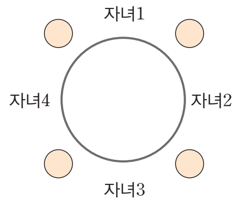
다른 풀이

오른쪽 그림과 같이 l을 거치지 않고 가는 경우의 수는 66



25 오른쪽 그림과 같이 자녀 4명이 먼저 원탁에 앉은 다음 그 사이의 4자리 중 2자리에 부모가 앉으면 되므로 구하는 방법의 수는

$\dfrac{4\times3\times2\times1}{4}\times4\times3=72$



26 짝수가 적혀 있는 카드는 2, 4, 6, 8의 4장이므로 이 중에서 2장을 뽑는 경우의 수는

$\dfrac{4\times3}{2\times1}=6$

홀수가 적혀 있는 카드는 1, 3, 5, 7, 9의 5장이므로 이 중에서 1장을 뽑는 경우의 수는 5이다.

따라서 세 수를 뽑아 일렬로 배열하는 경우의 수는

$3\times2\times1=6$이므로 구하는 세 자리의 자연수의 개수는

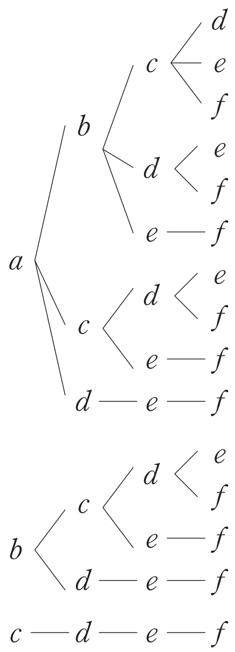
$6\times5\times6=180$

27 예를 들어 1, 2, 3, 4 중에서 (1, 3, 4)의 3장을 뽑았다면 $\boxed{4}\boxed{3}\boxed{1}$과 같이 배열한다.

(3, 1, 4), (4, 1, 3), … 등을 뽑을 때에도 $\boxed{4}\boxed{3}\boxed{1}$과 같이 배열되므로 구하는 경우의 수는 4장의 카드 중에서 순서를 생각하지 않고 3장을 뽑는 경우의 수와 같다.

따라서 구하는 경우의 수는 $\dfrac{4\times3\times2}{3\times2\times1}=4$

28 정육각형의 6개의 꼭짓점을 a, b, c, d, e, f라 하면 순서와 관계없이 네 점을 선택하는 경우는 다음과 같다.



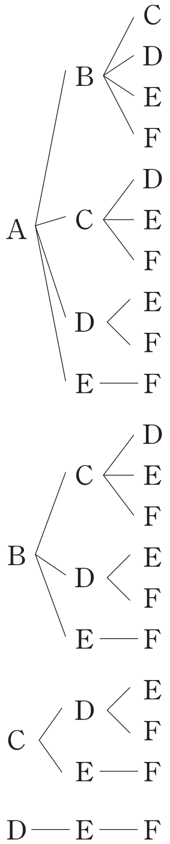
따라서 구하는 경우의 수는 $10+4+1=15$

다른 풀이

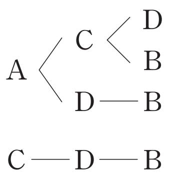
6개의 점 중에서 순서에 관계없이 4개의 점을 뽑는 경우의 수와 같으므로

$\dfrac{6\times5\times4\times3}{4\times3\times2\times1}=15$

29 삼각형의 개수는 6개의 점 중에서 순서에 관계없이 세 점을 선택하는 경우의 수와 같다. 이때 네 점 A, C, D, B 중 세 점을 선택하면 세 점은 한 직선 위에 있으므로 삼각형을 만들 수 없다.
6개의 점 A, B, C, D, E, F에서 순서에 관계없이 세 점을 선택하는 경우는 다음과 같다.



즉, 경우의 수는 $10+6+3+1=20$
네 점 A, C, D, B에서 세 점을 순서에 관계없이 선택하는 경우는 다음과 같다.



즉, 경우의 수는 $3+1=4$
따라서 만들 수 있는 삼각형의 개수는
$20-4=16$

다른 풀이

6개의 점 중에서 순서에 관계없이 세 점을 선택하는 경우의 수는
$\dfrac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20$
이때 네 점 A, C, D, B 중 세 점을 선택하면 세 점은 한 직선 위에 있으므로 삼각형을 만들 수 없다. 네 점 A, C, D, B에서 세 점을 순서에 관계없이 선택하는 경우의 수는
$\dfrac{4\times3\times2}{3\times2\times1}=4$
따라서 만들 수 있는 삼각형의 개수는
$20-4=16$

30 4개의 축구공 A, B, C, D를 세 조로 분류할 때, 2개인 조가 한 조이므로 구하는 경우의 수는
$\dfrac{4\times3}{2\times1}\times2\times1\times1\times\dfrac{1}{2\times1}=6$

다른 풀이

4개의 축구공 A, B, C, D를 세 조로 분류할 때, 2개인 조가 한 조이므로
(A, B), C, D
(A, C), B, D
(A, D), B, C
(B, C), A, D
(B, D), A, C
(C, D), A, B
따라서 구하는 경우의 수는 6이다.

3 STEP 최고 실력 완성하기

117~119쪽

1 26	2 32번째	3 16	4 13
5 30	6 16	7 14	8 360
9 30	10 210	11 갤	

12 ㉠ 399 ㉡ 10773 ㉢ 11172

13 11172, 11172

1 100 이하의 자연수 중에서 2의 배수도, 3의 배수도, 5의 배수도 아닌 자연수의 개수를 구하려면 100 이하의 자연수의 개수에서 2의 배수 또는 3의 배수 또는 5의 배수인 자연수의 개수를 빼면 된다.
2의 배수는 50개, 3의 배수는 33개, 5의 배수는 20개, 2와 3의 공배수는 16개, 3과 5의 공배수는 6개, 2와 5의 공배수는 10개, 2와 3과 5의 공배수는 3개이므로 2의 배수 또는 3의 배수 또는 5의 배수인 자연수의 개수는
$50+33+20-16-6-10+3=74$
따라서 구하는 자연수의 개수는 $100-74=26$

2 1□□□□의 꼴인 수는 $4\times3\times2\times1=24$(개)
20□□□의 꼴인 수는 $3\times2\times1=6$(개)
그 다음은 21034, 21043, …이므로 21043은
$24+6+2=32$(번째) 수이다.

3 (i) ㉠ → ㉡ → ㉢의 경우는
$2\times2\times2=8$(가지)
(ii) ㉡ → ㉠ → ㉢의 경우는
$2\times2\times2=8$(가지)
(i), (ii)에서 가능한 관광 노선의 수는
$8+8=16$

4 (i) 1계단씩 6번 오르는 경우 ➡ 1가지
(ii) 2계단씩 1번, 1계단씩 4번 오르는 경우
(2, 1, 1, 1, 1)을 일렬로 배열하는 경우의 수와 같으므로 다음 그림과 같이 ○ 중 한 군데에 2가 들어가는 경우와 같다.
○ 1 ○ 1 ○ 1 ○ 1 ○ ➡ 5가지
(iii) 2계단씩 2번, 1계단씩 2번 오르는 경우
(2, 2, 1, 1)을 일렬로 배열하는 경우의 수와 같다.
① 2가 이웃하는 경우
ⓐ 1 ⓑ 1 ⓒ
(2, 2)를 하나로 묶어서 생각하면 위의 그림에서 a, b, c 중 한 군데에 (2, 2)가 들어가는 경우와 같다. ➡ 3가지
② 2가 이웃하지 않는 경우
ⓐ 1 ⓑ 1 ⓒ
위의 그림에서 a, b, c 중 두 군데에 2가 들어가는 경우와 같다. ➡ 3가지
즉, 구하는 경우는
$3+3=6$(가지)
(iv) 2계단씩 3번 오르는 경우 ➡ 1가지
(i)~(iv)에서 구하는 방법의 수는
$1+5+6+1=13$

5 4의 배수인 경우는 □□04, □□12, □□20, □□24, □□32, □□40의 6가지이다.
(i) □□04, □□20, □□40인 경우
천의 자리에 올 수 있는 수는 끝의 두 자리에 온 수를 제외한 3가지, 백의 자리에 올 수 있는 수는 천의 자리와 끝의 두 자리에 온 수를 제외한 2가지이므로 각각의 경우는
$3\times2=6$(가지)
(ii) □□12, □□24, □□32인 경우
천의 자리에 올 수 있는 수는 0과 끝의 두 자리에 온 수를 제외한 2가지, 백의 자리에 올 수 있는 수는 천의 자리와 끝의 두 자리에 온 수를 제외한 2가지이므로 각각의 경우는
$2\times2=4$(가지)
(i), (ii)에서 구하는 4의 배수의 개수는
$3\times6+3\times4=30$

6 (i) A가 B, C, D의 3개와 연결되는 경우는 1가지
(ii) A가 B, C, D 중 2개와 연결되는 경우
A가 B, C와 연결되는 경우는

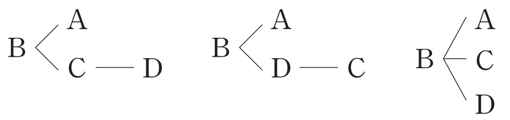

의 2가지이다.
그런데 A가 B, C, D 중 2개와 연결되는 경우는

(B, C), (B, D), (C, D)의 3가지이고, 각각의 경우가 2가지씩 존재하므로

$2\times3=6$(가지)

(iii) A가 B, C, D 중 1개와 연결되는 경우

A가 B와 연결되는 경우는



의 3가지이다.

C, D와 연결되는 경우도 마찬가지로 각각 3가지씩이므로

$3\times3=9$(가지)

(i), (ii), (iii)에서 구하는 방법의 수는

$1+6+9=16$

TIP A와 연결되는 섬의 개수가 1, 2, 3인 경우로 나누어 생각한다.

7 (i) 부호를 1개 사용하여 만들 수 있는 단어는

$2^1=2$(개)

(ii) 부호를 2개 중복 사용하여 만들 수 있는 단어는

$2\times2=2^2=4$(개)

(iii) 부호를 3개 중복 사용하여 만들 수 있는 단어는

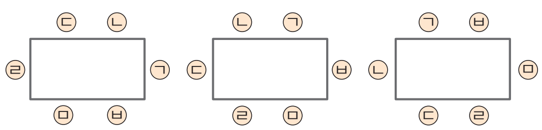
$2\times2\times2=2^3=8$(개)

(i), (ii), (iii)에서 만들 수 있는 단어의 개수는

$2+4+8=14$

8 6명이 원탁에 앉는 방법의 수는

$\dfrac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{6}=120$



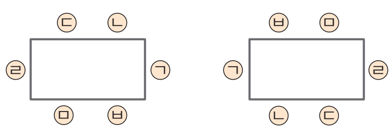
위의 그림에서 3가지 경우의 앉는 방법은 다르다. 즉, 모든 배열은 각각 3가지씩의 서로 다른 앉는 방법이 존재하므로 구하는 방법의 수는

$120\times3=360$

다른 풀이

6명을 일렬로 배열하는 방법의 수는

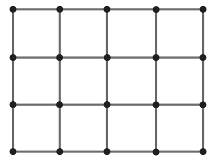
$6\times5\times4\times3\times2\times1=720$



그런데 위의 그림의 2가지 경우는 앉는 방법이 같다. 즉, 모든 배열은 각각 2가지씩 앉는 방법이 같은 경우가 존재하므로 구하는 방법의 수는

$\dfrac{720}{2}=360$

9 (i) 오른쪽 그림에서 정사각형은



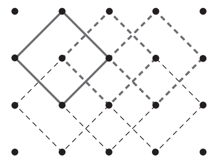
1개짜리 : $4\times3=12$(개)

4개짜리 : $3\times2=6$(개)

9개짜리 : $2\times1=2$(개)

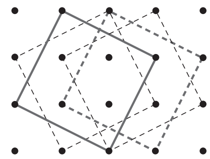
즉, $12+6+2=20$(개)

(ii) 오른쪽 그림과 같은 모양의 정사각형은



$3\times2=6$(개)

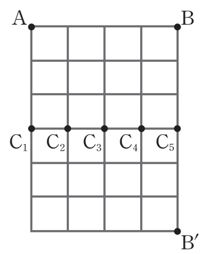
(iii) 오른쪽 그림과 같은 모양의 정사각형은 4개 있다.



(i), (ii), (iii)에서 구하는 정사각형의 개수는

$20+6+4=30$

10 구하는 방법의 수는 오른쪽 그림의 A 지점에서 B′ 지점까지 최단 거리로 가는 방법의 수와 같으므로



$\dfrac{10\times9\times8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}{(4\times3\times2\times1)\times(6\times5\times4\times3\times2\times1)}$

$=210$

11 첫 번째 초성은 ㄱ, 두 번째 중성은 ㅒ, 네 번째 종성은 ㄹ이므로 만들어지는 글자는 걜이다.

12 ㉠ $19\times21=399$

㉡ $19\times21\times27=10773$

㉢ $399+10773=11172$

2 확률

1 STEP 주제별 실력다지기

122~127쪽

1 (1) $\frac{2}{5}$ (2) $\frac{1}{4}$	**2** $\frac{1}{4}$	**3** $\frac{1}{5}$	**4** $\frac{1}{4}$
5 $\frac{54}{125}$	**6** $\frac{1}{4}$	**7** $\frac{1}{2}$	
8 (1) 1 (2) 0 (3) 1		**9** $\frac{5}{6}$	**10** $\frac{1}{2}$
11 $\frac{2}{3}$	**12** $\frac{5}{8}$	**13** $\frac{1}{9}$	**14** $\frac{17}{50}$
15 $\frac{3}{4}$	**16** $\frac{13}{64}$	**17** $\frac{11}{20}$	**18** $\frac{4}{9}$
19 $\frac{17}{60}$	**20** $\frac{19}{20}$	**21** $\frac{1}{10}$	**22** $\frac{441}{1000}$
23 $\frac{5}{16}$	**24** $\frac{1}{18}$	**25** $\frac{3}{8}$	**26** $\frac{2}{15}$
27 $\frac{1}{3}$	**28** (1) $\frac{9}{49}$ (2) $\frac{4}{7}$		**29** $\frac{56}{81}$
30 3			

1 (1) 1에서 20까지의 자연수 중 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19의 8개이므로 구하는 확률은

$\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$

(2) 1에서 20까지의 자연수 중 4의 배수는 4, 8, 12, 16, 20의 5개이므로 구하는 확률은

$\frac{5}{20}=\frac{1}{4}$

2 동전 3개를 동시에 던질 때, 나올 수 있는 모든 경우의 수는

$2\times2\times2=8$

세 동전이 모두 같은 면이 나오는 경우는 모두 앞면 또는 모두 뒷면이 나오는 2가지 경우이므로 구하는 확률은

$\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$

3 6명이 나란히 앉는 경우의 수는

$6\times5\times4\times3\times2\times1=720$

A, B, C 세 사람이 서로 이웃하여야 하므로 세 사람을 한 묶음으로 보고 나머지 세 사람과 나란히 앉는 경우의 수는

(A, B, C), D, E, F가 나란히 앉는 경우의 수와 같다. 즉,

$4\times3\times2\times1=24$

이때 A, B, C 세 사람이 나란히 앉는 경우의 수는

$3\times2\times1=6$

따라서 구하는 경우의 수는

$\frac{24\times6}{720}=\frac{1}{5}$

4 4명의 학생이 한 개의 이름표를 집어 드는 경우의 수는

$4\times3\times2\times1=24$

4명의 학생 중 2명만이 자신의 이름표를 집는 경우의 수는 4명 중 자신의 이름표를 집는 학생 2명을 선택하는 경우의 수와 같으므로

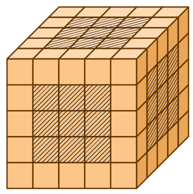
$\frac{4\times3}{2\times1}=6$

따라서 구하는 확률은

$\frac{6}{24}=\frac{1}{4}$

5 오른쪽 그림과 같이 한 면에만 색칠된 쌓기나무는 각 면에 9개씩 있으므로 그 경우의 수는 $9\times6=54$

따라서 구하는 확률은 $\frac{54}{125}$



6 구하는 확률은

$$\frac{(\text{색칠한 부채꼴의 중심각의 크기의 합})}{360^\circ}=\frac{60^\circ+30^\circ}{360^\circ}=\frac{90^\circ}{360^\circ}=\frac{1}{4}$$

7 4개의 막대 중 3개의 막대를 뽑는 경우는

(7, 12, 15), (7, 12, 22), (7, 15, 22), (12, 15, 22)의 4가지이다. 이때 삼각형이 만들어지는 경우는 가장 긴 막대의 길이가 나머지 두 막대의 길이의 합보다 작아야 하므로

(7, 12, 15), (12, 15, 22)의 2가지이다.

따라서 삼각형이 만들어질 확률은 $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

8 (1) 흰 구슬 또는 검은 구슬을 꺼내는 경우의 수가 5이므로 구하는 확률은

$\frac{5}{5}=1$

(2) 주머니 B에는 검은 구슬이 하나도 없으므로 검은 구슬을 꺼내는 경우의 수는 0이다.
따라서 구하는 확률은
$\frac{0}{4}=0$

(3) 주머니 C에는 검은 구슬만 5개 들어 있으므로 검은 구슬을 꺼내는 경우의 수는 5이다.
따라서 구하는 확률은
$\frac{5}{5}=1$

9 주사위 2개를 동시에 던질 때, 나올 수 있는 모든 경우의 수는
$6\times6=36$
두 눈의 수의 합이 5 미만, 즉 2, 3, 4인 경우는 다음과 같다.
(i) 두 눈의 수의 합이 2인 경우
(1, 1)의 1가지
(ii) 두 눈의 수의 합이 3인 경우
(1, 2), (2, 1)의 2가지
(iii) 두 눈의 수의 합이 4인 경우
(1, 3), (2, 2), (3, 1)의 3가지
(i), (ii), (iii)에서 두 눈의 수의 합이 5 미만일 확률은
$\frac{1+2+3}{36}=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$
따라서 구하는 확률은
$1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

10 4명을 일렬로 세우는 경우의 수는
$4\times3\times2\times1=24$
재정이와 남윤이를 하나로 묶어서 생각하면 3명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$이고, 재정이와 남윤이가 자리를 바꾸는 경우의 수는 2이므로 재정이와 남윤이가 이웃하여 서는 경우의 수는
$6\times2=12$
따라서 재정이와 남윤이가 이웃하여 설 확률은
$\frac{12}{24}=\frac{1}{2}$
이므로 재정이와 남윤이가 이웃하여 서지 않을 확률은
$1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

11 3장의 카드를 일렬로 배열하는 경우의 수는
$3\times2\times1=6$
모든 카드가 처음과 다른 위치에 있는 경우는 다음과 같다.
♠ ♦ ♥, ♦ ♥ ♠ ➡ 2가지
즉, 그 확률은 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$
따라서 적어도 하나의 카드는 처음 위치와 같은 곳에 있을 확률은
$1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

12 윷짝 4개를 동시에 던질 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수는
$2\times2\times2\times2=16$
이때 개가 나오는 경우의 수는
$\frac{4\times3}{2\times1}=6$
이므로 개가 나올 확률은
$\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$
걸이 나오는 경우의 수는 4이므로 걸이 나올 확률은
$\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$
따라서 구하는 확률은
$\frac{3}{8}+\frac{1}{4}=\frac{5}{8}$

TIP 윷놀이에서 개가 나오는 경우의 수는 윷짝 4개 중 둥근 면이 나오는 윷짝 2개를 선택하는 경우의 수와 같으므로 $\frac{4\times3}{2\times1}=6$이다. 마찬가지로 생각하면 걸이 나오는 경우의 수는 윷짝 4개에서 둥근 면이 나오는 윷짝 1개를 선택하는 경우의 수와 같으므로 4이다.

13 $ax-b=0$에서 $x=\frac{b}{a}$이고 전체 경우의 수는
$6\times6=36$이므로
(i) $x=2$인 경우는 $2=\frac{b}{a}$, $2a=b$
이를 만족하는 (a, b)는 (1, 2), (2, 4), (3, 6)이므로 해가 2일 확률은 $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$
(ii) $x=5$인 경우는 $5=\frac{b}{a}$, $5a=b$
이를 만족하는 (a, b)는 (1, 5)이므로 해가 5일 확률은
$\frac{1}{36}$
(i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{1}{12}+\frac{1}{36}=\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$

14 2의 배수가 적힌 카드를 뽑을 확률은 $\frac{25}{50}$, 3의 배수가 적힌 카드를 뽑을 확률은 $\frac{16}{50}$, 2의 배수이면서 3의 배수, 즉 6의 배수가 적힌 카드를 뽑을 확률은 $\frac{8}{50}$이므로 카드에 적힌 수가 2의 배수 또는 3의 배수일 확률은
$\frac{25}{50}+\frac{16}{50}-\frac{8}{50}=\frac{33}{50}$
따라서 구하는 확률은
$1-\frac{33}{50}=\frac{17}{50}$

15 한 개의 주사위를 던질 때 홀수의 눈이 나올 확률은

$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

이므로 두 개의 주사위 모두 홀수의 눈이 나올 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

따라서 구하는 확률은

$1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

16 나오는 두 눈의 수의 합이 2가 되려면

(ⅰ) $2+0$인 경우의 확률은 $\frac{2}{8}\times\frac{1}{8}=\frac{1}{32}$

(ⅱ) $0+2$인 경우의 확률은 $\frac{1}{8}\times\frac{2}{8}=\frac{1}{32}$

(ⅲ) $1+1$인 경우의 확률은 $\frac{3}{8}\times\frac{3}{8}=\frac{9}{64}$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 구하는 확률은

$\frac{1}{32}+\frac{1}{32}+\frac{9}{64}=\frac{13}{64}$

17 (ⅰ) A 주머니에서 파란 공, B 주머니에서 노란 공이 나올 확률은 $\frac{3}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{9}{20}$

(ⅱ) A 주머니에서 노란 공, B 주머니에서 파란 공이 나올 확률은 $\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{10}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은 $\frac{9}{20}+\frac{1}{10}=\frac{11}{20}$

18 활을 쏘아 과녁에 맞힐 확률이 $\frac{2}{3}$이므로 과녁에 맞히지 못할 확률은 $1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

(ⅰ) 첫 번째는 맞히고, 두 번째는 맞히지 못할 확률은

$\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$

(ⅱ) 첫 번째는 맞히지 못하고, 두 번째는 맞힐 확률은

$\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{9}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은 $\frac{2}{9}+\frac{2}{9}=\frac{4}{9}$

19 수학 문제를 풀어서 맞히지 못할 확률은

재돈이는 $1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$, 지환이는 $1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$, 슬기는 $1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

(ⅰ) 재돈이만 맞힐 확률은 $\frac{3}{4}\times\frac{3}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{3}{20}$

(ⅱ) 지환이만 맞힐 확률은 $\frac{1}{4}\times\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{30}$

(ⅲ) 슬기만 맞힐 확률은 $\frac{1}{4}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{10}$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 구하는 확률은 $\frac{3}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{10}=\frac{17}{60}$

20 (적어도 한 명은 문제를 맞힐 확률)

$=1-$(세 명 모두 문제를 맞히지 못할 확률)

$=1-\frac{1}{4}\times\frac{3}{5}\times\frac{1}{3}$

$=1-\frac{1}{20}=\frac{19}{20}$

21 $\frac{3}{4}\times\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{10}$

22 포수가 명중시킬 확률은 $\frac{3}{10}$이므로 명중시키지 못할 확률은 $1-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$

(ⅰ) 3발 중 첫 번째만 명중시킬 확률은

$\frac{3}{10}\times\frac{7}{10}\times\frac{7}{10}=\frac{147}{1000}$

(ⅱ) 3발 중 두 번째만 명중시킬 확률은

$\frac{7}{10}\times\frac{3}{10}\times\frac{7}{10}=\frac{147}{1000}$

(ⅲ) 3발 중 세 번째만 명중시킬 확률은

$\frac{7}{10}\times\frac{7}{10}\times\frac{3}{10}=\frac{147}{1000}$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 구하는 확률은

$\frac{147}{1000}+\frac{147}{1000}+\frac{147}{1000}=\frac{441}{1000}$

23 목요일에 비가 오고, 금요일에도 비가 올 확률은

$\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{16}$

목요일에 비가 오지 않고, 금요일에 비가 올 확률은

$\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\frac{1}{3}=\frac{1}{4}$

따라서 금요일에 비가 올 확률은

$\frac{1}{16}+\frac{1}{4}=\frac{5}{16}$

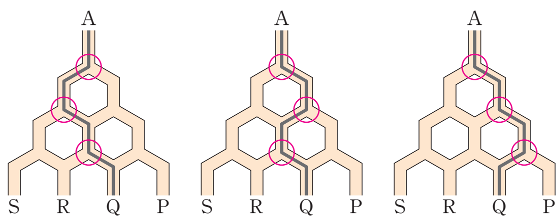
24 점 P가 꼭짓점 A에서 출발하여 꼭짓점 B에 위치하려면 주사위의 눈의 수가 1 또는 5이어야 하므로 그 확률은

$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

또, 점 P가 꼭짓점 B에서 출발하여 꼭짓점 B에 위치하려면 주사위의 눈의 수가 4이어야 하므로 그 확률은 $\frac{1}{6}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{18}$

25 공이 Q로 나오는 경우는 다음과 같다.



이때 각 갈림길에서 공이 오른쪽 또는 왼쪽으로 빠져나갈 확률은 $\frac{1}{2}$이므로 각 경우의 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{3}{8}$

26 첫 번째에 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

두 번째에 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{15}$

27 첫 번째에 마카롱을 먹을 확률은 $\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

두 번째에 마카롱을 먹을 확률은 $\frac{5}{9}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{5}\times\frac{5}{9}=\frac{1}{3}$

28 (1) $\frac{3}{7}\times\frac{3}{7}=\frac{9}{49}$

(2) (i) 첫 번째에 흰 공이 나오고, 두 번째에 검은 공이 나올 확률은

$\frac{3}{7}\times\frac{4}{6}=\frac{2}{7}$

(ii) 첫 번째에 검은 공이 나오고, 두 번째에 흰 공이 나올 확률은

$\frac{4}{7}\times\frac{3}{6}=\frac{2}{7}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$\frac{2}{7}+\frac{2}{7}=\frac{4}{7}$

29 두 수의 곱이 짝수가 되는 경우는

(짝수)×(짝수), (짝수)×(홀수), (홀수)×(짝수)이다.

처음 꺼낸 카드의 수가 홀수일 확률은 $\frac{5}{9}$

두 번째 꺼낸 카드가 홀수일 확률은 $\frac{5}{9}$

따라서 두 수의 곱이 짝수가 될 확률은

$1-\frac{5}{9}\times\frac{5}{9}=\frac{56}{81}$

30 검은 공의 개수를 x라 하면 두 번 모두 검은 공이 나올 확률은

$\frac{x}{5}\times\frac{x}{5}=\frac{x^2}{25}$

이므로 흰 공이 한 번 이상 나올 확률은 $1-\frac{x^2}{25}$

즉, $1-\frac{x^2}{25}=\frac{16}{25}$

$\frac{x^2}{25}=\frac{9}{25}$, $x^2=9$

이때 $x>0$이므로 $x=3$

따라서 검은 공은 3개이다.

2 STEP 실력 높이기

128~130쪽

1 $\frac{17}{20}$	2 $\frac{9}{16}$	3 $\frac{13}{25}$	4 $\frac{1}{2}$
5 $\frac{2}{5}$	6 $\frac{1}{9}$	7 $\frac{1}{5}$	8 $\frac{1}{9}$
9 $\frac{8}{15}$	10 23개	11 $\frac{17}{25}$	12 $\frac{7}{8}$
13 $\frac{5}{16}$	14 $\frac{13}{50}$	15 $\frac{7}{18}$	

1 2의 배수가 나오는 경우는 10가지이고, 소수가 나오는 경우는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19의 8가지이다.

이때 2의 배수이면서 소수인 수가 나오는 경우는 2의 1가지이므로 구하는 확률은

$\frac{10+8-1}{20}=\frac{17}{20}$

2 0은 십의 자리에 올 수 없으므로 만들 수 있는 두 자리의 정수의 개수는 $4\times4=16$

20보다 작은 두 자리의 정수는 10, 12, 13, 14의 4개, 32보다 큰 정수는 34, 40, 41, 42, 43의 5개이다.

따라서 구하는 확률은

$\frac{4+5}{16}=\frac{9}{16}$

3 만들 수 있는 네 자리의 정수의 개수는

$5\times5\times4\times3=300$

이때 네 자리의 정수 중 짝수인 경우는 다음과 같다.

(i) □□□0인 경우

$5\times4\times3=60$(가지)

(ii) □□□2인 경우

$4\times4\times3=48$(가지)

(iii) □□□4인 경우

$4\times4\times3=48$(가지)

(i), (ii), (iii)에서 구하는 확률은

$\frac{60+48+48}{300}=\frac{156}{300}=\frac{13}{25}$

4 한 개의 주사위를 두 번 던질 때, 나올 수 있는 모든 경우의 수는

$6\times6=36$

$a<2b-3$, 즉 $2b>a+3$인 경우는

(ⅰ) $a=1$일 때, $b=3, 4, 5, 6$의 4가지

(ⅱ) $a=2$일 때, $b=3, 4, 5, 6$의 4가지

(ⅲ) $a=3$일 때, $b=4, 5, 6$의 3가지

(ⅳ) $a=4$일 때, $b=4, 5, 6$의 3가지

(ⅴ) $a=5$일 때, $b=5, 6$의 2가지

(ⅵ) $a=6$일 때, $b=5, 6$의 2가지

(ⅰ)~(ⅵ)에서 구하는 확률은

$\frac{4+4+3+3+2+2}{36}=\frac{18}{36}=\frac{1}{2}$

5 서술형

표현 단계 기약분수로 나타내었을 때 분모의 소인수가 2나 5뿐인 분수는 유한소수로 나타내어지고, 그 외에는 모두 순환소수로 나타내어지므로

변형 단계 $a=3$, 6일 때, 즉 $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$이 순환소수로 나타내어진다.

풀이 단계 따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{5}$

6 $x=3$일 때의 y좌표는 각각 $3-a$, $b-6$이므로

$3-a=b-6$, 즉 $a+b=9$가 되는 경우의 수를 구한다.

한 개의 주사위를 두 번 던질 때, 나올 수 있는 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

이때 $a+b=9$가 되는 순서쌍 (a, b)는

$(3, 6)$, $(4, 5)$, $(5, 4)$, $(6, 3)$의 4가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$

7 7명의 학생이 원탁에 둘러앉는 경우의 수는

$\frac{7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}{7}=720$

여학생 3명을 하나로 묶어서 생각하면 5명이 원탁에 둘러앉는 경우의 수는

$\frac{5\times4\times3\times2\times1}{5}=24$

이때 여학생 3명이 자리를 바꾸는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$ 이므로 구하는 확률은

$\frac{24\times6}{720}=\frac{1}{5}$

8 나오는 모든 경우의 수는 $10\times9=90$

말이 점 C에 놓이려면 이동해야 하는 칸의 수는 2, 10, 18, 26, …이어야 한다.

나온 두 수의 합이 2가 되는 경우는 없다.

10이 되는 경우는 $(1, 9)$, $(2, 8)$, $(3, 7)$, $(4, 6)$, $(6, 4)$, $(7, 3)$, $(8, 2)$, $(9, 1)$의 8가지

18이 되는 경우는 $(8, 10)$, $(10, 8)$의 2가지

26이 되는 경우는 없다.

즉, 말이 점 C에 오는 경우는 $8+2=10$(가지)

따라서 구하는 확률은 $\frac{10}{90}=\frac{1}{9}$

9 (적어도 한 개는 당첨 제비일 확률)

$=1-$(2개 모두 당첨 제비가 아닐 확률)

$=1-\frac{7}{10}\times\frac{6}{9}$

$=1-\frac{7}{15}$

$=\frac{8}{15}$

10 서술형

표현 단계 남은 90타수 중 3할 타율을 유지하기 위해 쳐야 하는 안타의 개수를 x라 하면

변형 단계 $(\text{타율})=\frac{(\text{안타의 개수})}{(\text{총 타수})}$이므로

$\frac{67+x}{210+90}=0.3$

풀이 단계 $67+x=90$, $x=23$

확인 단계 따라서 23개의 안타를 쳐야 한다.

11 (ⅰ) 흰 공, 검은 공을 차례대로 꺼낼 때

처음에 흰 공을 꺼낼 확률은 $\frac{2}{5}$

다시 공을 꺼낼 때 주머니에는 흰 공 1개와 검은 공 4개가 들어 있으므로 검은 공을 꺼낼 확률은 $\frac{4}{5}$

따라서 그 확률은 $\frac{2}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{8}{25}$

(ⅱ) 검은 공, 흰 공을 차례대로 꺼낼 때

처음에 검은 공을 꺼낼 확률은 $\frac{3}{5}$

다시 공을 꺼낼 때 주머니에는 흰 공 3개와 검은 공 2개가 들어 있으므로 흰 공을 꺼낼 확률은 $\frac{3}{5}$

따라서 그 확률은 $\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{9}{25}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은 $\frac{8}{25}+\frac{9}{25}=\frac{17}{25}$

12 남은 문제 3개 중 A팀은 한 문제만 더 맞히면 되므로

(ⅰ) 5회에 맞힐 확률: $\frac{1}{2}$

(ⅱ) 6회에 맞힐 확률: $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

(ⅲ) 7회에 맞힐 확률: $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 구하는 확률은 $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

13 (ⅰ) 1회에 은정이가 짝수, 2회에 현정이가 홀수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

(ⅱ) 1, 2, 3회에 은정이와 현정이가 모두 짝수, 4회에 현정이가 홀수의 눈이 나올 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{16}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은 $\frac{1}{4}+\frac{1}{16}=\frac{5}{16}$

14 서술형

표현 단계 p의 경우는 두 번 꺼낼 때 모두 주머니 안의 공의 개수가 같고, q의 경우는 두 번째 꺼낼 때 주머니 안의 흰 공이 1개 줄어든다.

변형 단계 즉, $p=\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{25}$, $q=\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{10}$

풀이 단계 $p+q=\frac{4}{25}+\frac{1}{10}=\frac{13}{50}$

15 만들 수 있는 직사각형의 개수는

$\frac{4\times3}{2\times1}\times\frac{4\times3}{2\times1}=6\times6=36$

만들 수 있는 정사각형의 개수는

$3\times3+2\times2+1\times1=14$

따라서 구하는 확률은

$\frac{14}{36}=\frac{7}{18}$

3 STEP 최고 실력 완성하기

131~132쪽

1 (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{5}{36}$		2 $\frac{5}{6}$	3 $\frac{3}{10}$
4 $\frac{31}{54}$	5 $\frac{5}{36}$	6 $\frac{7}{36}$	7 $\frac{2}{5}$
8 $\frac{8}{35}$			

1 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나올 수 있는 모든 경우의 수는

$6\times6=36$

(1) (ⅰ) $|a-b|=2$인 경우

(1, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 5), (4, 2), (4, 6), (5, 3), (6, 4)의 8가지

(ⅱ) $|a-b|=3$인 경우

(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 1), (5, 2), (6, 3)의 6가지

(ⅲ) $|a-b|=4$인 경우

(1, 5), (2, 6), (5, 1), (6, 2)의 4가지

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 구하는 확률은

$\frac{8+6+4}{36}=\frac{18}{36}=\frac{1}{2}$

(2) a^2+b^2의 값이 4, 6, 7, 9가 되는 경우는 없다.

(ⅰ) $a^2+b^2=5$인 경우

(1, 2), (2, 1)의 2가지

(ⅱ) $a^2+b^2=8$인 경우

(2, 2)의 1가지

(ⅲ) $a^2+b^2=10$인 경우

(1, 3), (3, 1)의 2가지

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 구하는 확률은

$\frac{2+1+2}{36}=\frac{5}{36}$

TIP $|a-b|$, a^2+b^2의 값이 자연수임을 이용하여 두 주사위의 눈을 각각 구해 본다. 이때 $|a-b|$는 두 수 a와 b의 차를 의미한다.

2 3개의 주사위를 동시에 던질 때, 나올 수 있는 모든 경우의 수는

$6\times6\times6=216$

$M-m>1$일 확률은 $M-m\le1$인 경우의 수를 구한 후 여사건의 확률을 이용하여 구한다.

(i) $M-m=0$인 경우

$(1, 1, 1)$, $(2, 2, 2)$, $(3, 3, 3)$, $(4, 4, 4)$, $(5, 5, 5)$, $(6, 6, 6)$의 6가지

(ii) $M-m=1$인 경우

$(1, 1, 2)$, $(1, 2, 2)$, $(2, 2, 3)$, $(2, 3, 3)$, $(3, 3, 4)$, $(3, 4, 4)$, $(4, 4, 5)$, $(4, 5, 5)$, $(5, 5, 6)$, $(5, 6, 6)$의 10가지에서 각각의 경우에 순서가 바뀌는 경우가 3가지씩 있으므로

$10\times3=30$(가지)

(i), (ii)에서 $M-m\le1$일 확률은

$\frac{6+30}{216}=\frac{36}{216}=\frac{1}{6}$

따라서 구하는 확률은

$1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

3 5개의 끈 중에서 3개를 선택하는 경우의 수는

$\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$

삼각형이 만들어지는 경우는 세 변의 길이가 각각

(2 cm, 3 cm, 4 cm), (2 cm, 4 cm, 5 cm), (3 cm, 4 cm, 5 cm)의 3가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{10}$

4 버스를 타고 등교한 날을 B, 지하철을 타고 등교한 날을 S라 하면 버스를 탄 다음 날 지하철을 탈 확률은 $\frac{2}{3}$, 지하철을 탄 다음 날 지하철을 탈 확률은 $\frac{1}{2}$이므로 월, 화, 수, 목의 순서대로

(i) BBBS일 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{27}$

(ii) BBSS일 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{9}$

(iii) BSBS일 확률은 $\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{9}$

(iv) BSSS일 확률은 $\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$

(i)~(iv)에서 구하는 확률은

$\frac{2}{27}+\frac{1}{9}+\frac{2}{9}+\frac{1}{6}=\frac{31}{54}$

5 3개의 주사위를 동시에 던질 때, 나올 수 있는 모든 경우의 수는

$6\times6\times6=216$

(i) 나오는 눈의 수의 합이 7인 경우

$(1, 1, 5)$에서 $\frac{3\times2\times1}{2\times1}=3$(가지)

$(1, 2, 4)$에서 $3\times2\times1=6$(가지)

$(1, 3, 3)$에서 $\frac{3\times2\times1}{2\times1}=3$(가지)

$(2, 2, 3)$에서 $\frac{3\times2\times1}{2\times1}=3$(가지)

(ii) 나오는 눈의 수의 합이 14인 경우

$(2, 6, 6)$에서 $\frac{3\times2\times1}{2\times1}=3$(가지)

$(3, 5, 6)$에서 $3\times2\times1=6$(가지)

$(4, 4, 6)$에서 $\frac{3\times2\times1}{2\times1}=3$(가지)

$(4, 5, 5)$에서 $\frac{3\times2\times1}{2\times1}=3$(가지)

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$\frac{3+6+3+3+3+6+3+3}{216}=\frac{30}{216}=\frac{5}{36}$

6 주사위를 두 번 던져서 점 P가 꼭짓점 E에 오는 경우는 주사위를 두 번 던져 나온 눈의 수의 합이 4 또는 9인 경우이다.

두 주사위의 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면

(i) 눈의 수의 합이 4인 경우

$(1, 3)$, $(2, 2)$, $(3, 1)$의 3가지이므로 그 확률은

$\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

(ii) 눈의 수의 합이 9인 경우

$(3, 6)$, $(4, 5)$, $(5, 4)$, $(6, 3)$의 4가지이므로 그 확률은

$\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{1}{12}+\frac{1}{9}=\frac{7}{36}$

7 (i) 처음에 흰 공을 2개 꺼낸 경우

$\left(\frac{4}{6}\times\frac{3}{5}\right)\times\left(\frac{2}{4}\times\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{15}$

(ii) 처음에 흰 공 1개와 검은 공 1개를 꺼낸 경우

$\left(\frac{4}{6}\times\frac{2}{5}+\frac{2}{6}\times\frac{4}{5}\right)\times\left(\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\right)=\frac{4}{15}$

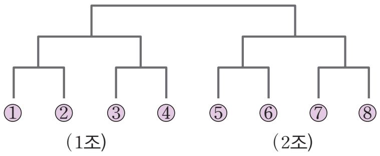
(iii) 처음에 검은 공을 2개 꺼낸 경우

$\left(\frac{2}{6}\times\frac{1}{5}\right)\times1=\frac{1}{15}$

(i), (ii), (iii)에서 구하는 확률은

$\frac{1}{15}+\frac{4}{15}+\frac{1}{15}=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$

8 다음 그림과 같이 출전한 학생의 위치를 차례대로 ①, ②, ⋯, ⑧이라 하면



①의 자리에 온 학생과 같은 학교 학생이 다른 조에 배정될 확률은 $\frac{4}{7}$

②의 자리에 온 학생과 같은 학교 학생이 다른 조에 배정될 확률은 $\frac{3}{5}$

③의 자리에 온 학생과 같은 학교 학생이 다른 조에 배정될 확률은 $\frac{2}{3}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{4}{7}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{8}{35}$

다른 풀이

8명의 학생을 배정하는 경우의 수는

$8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1$

네 학교에서 각각 1명씩 뽑아 1조에 배정하고, 나머지 학생을 2조에 배정하는 경우의 수는

$2^4\times(4\times3\times2\times1)\times(4\times3\times2\times1)$

따라서 구하는 확률은

$\frac{2^4\times(4\times3\times2\times1)\times(4\times3\times2\times1)}{8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}=\frac{8}{35}$

Ⅲ 확률

단원 종합 문제

133~137쪽

1 15	**2** 12	**3** 12	**4** 8
5 ④	**6** $\frac{2}{9}$	**7** $\frac{3}{8}$	**8** $\frac{17}{36}$
9 $\frac{1}{2}$	**10** $\frac{1}{100}$	**11** $\frac{3}{7}$	**12** $\frac{11}{12}$
13 $\frac{3}{4}$	**14** $\frac{2}{9}$	**15** $\frac{5}{12}$	**16** $\frac{2}{5}$
17 $\frac{34}{35}$	**18** $\frac{8}{9}$	**19** ④	**20** $\frac{59}{192}$
21 $\frac{5}{36}$	**22** $\frac{5}{6}$	**23** 10	**24** $\frac{3}{7}$
25 $\frac{5}{54}$			

1 (i) 눈의 수의 합이 2인 경우

$(1, 1)$의 1가지

(ii) 눈의 수의 합이 3인 경우

$(1, 2)$, $(2, 1)$의 2가지

(iii) 눈의 수의 합이 5인 경우

$(1, 4)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(4, 1)$의 4가지

(iv) 눈의 수의 합이 7인 경우

$(1, 6)$, $(2, 5)$, $(3, 4)$, $(4, 3)$, $(5, 2)$, $(6, 1)$의 6가지

(v) 눈의 수의 합이 11인 경우

$(5, 6)$, $(6, 5)$의 2가지

(i)~(v)에서 구하는 경우의 수는

$1+2+4+6+2=15$

2 B, C를 하나로 묶어서 생각하면 세 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$이고, B, C의 위치를 바꾸는 경우의 수가 2이므로 구하는 경우의 수는

$6\times2=12$

3 4개의 문자 p, a, s, s에서 같은 문자 s가 2개이므로 구하는 방법의 수는

$\frac{4\times3\times2\times1}{2\times1}=12$

4 먼저 가운데 정삼각형에 칠할 수 있는 색은 4가지이고, 나머지 정삼각형에 3가지 색을 칠하는 방법의 수는

$\frac{3\times2\times1}{3}=2$이다.

따라서 구하는 방법의 수는

$4\times2=8$

5 ④ 확률이 1인 것은 그 사건이 반드시 일어난다는 뜻이다.

6 주사위 2개를 동시에 던질 때, 나올 수 있는 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

(ⅰ) 1, 4가 나오는 경우 : 4가지

(ⅱ) 2, 2가 나오는 경우 : 4가지

(ⅰ), (ⅱ)에서 나오는 눈의 수의 곱이 4가 되는 경우의 수는

$4+4=8$

따라서 구하는 확률은

$\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$

다른 풀이

(ⅰ) 1, 4가 나올 확률은 $\frac{2}{6}\times\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\times\frac{2}{6}=\frac{1}{9}$

(ⅱ) 2, 2가 나올 확률은 $\frac{2}{6}\times\frac{2}{6}=\frac{1}{9}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은 $\frac{1}{9}+\frac{1}{9}=\frac{2}{9}$

7 동전을 3번 던질 때, 나올 수 있는 모든 경우의 수는

$2\times2\times2=8$

앞면이 1회, 뒷면이 2회 나오면 수의 합이 -1이 되므로 그 경우의 수는 (앞, 뒤, 뒤)를 나열하는 경우의 수인 3이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{8}$

8 $a+b$가 짝수이려면 a, b가 모두 짝수이거나 모두 홀수이어야 한다.

a, b가 짝수일 확률은 각각 $1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$, $1-\frac{4}{9}=\frac{5}{9}$이므로

(a, b가 짝수일 확률)

$=$(a, b가 모두 짝수일 확률)$+$(a, b가 모두 홀수일 확률)

$=\frac{1}{4}\times\frac{5}{9}+\frac{3}{4}\times\frac{4}{9}$

$=\frac{5}{36}+\frac{12}{36}=\frac{17}{36}$

9 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나올 수 있는 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

(ⅰ) 두 눈의 수의 차가 1인 경우

(1, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 2), (3, 4), (4, 3), (4, 5), (5, 4), (5, 6), (6, 5)의 10가지

(ⅱ) 두 눈의 수의 차가 3인 경우

(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 1), (5, 2), (6, 3)의 6가지

(ⅲ) 두 눈의 수의 차가 5인 경우

(1, 6), (6, 1)의 2가지

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 구하는 확률은

$\frac{10+6+2}{36}=\frac{18}{36}=\frac{1}{2}$

10 화살이 구멍을 통과하여 나갈 확률은 넓이에 비례하므로 구하는 확률은

$\frac{\pi\times1^2}{\pi\times10^2}=\frac{\pi}{100\pi}=\frac{1}{100}$

TIP 반지름의 길이가 10 cm인 원과 반지름의 길이가 1 cm인 원의 닮음비는 10 : 1이므로 넓이의 비는 100 : 1이다. 따라서 화살이 구멍을 통과하여 나갈 확률은 $\frac{1}{100}$이다. 이와 같이 닮음비와 넓이의 비의 관계를 이용하여 확률을 계산할 수도 있다.

11 (ⅰ) 2개 모두 파란 구슬일 확률은 $\frac{3}{7}\times\frac{2}{6}=\frac{1}{7}$

(ⅱ) 2개 모두 빨간 구슬일 확률은 $\frac{4}{7}\times\frac{3}{6}=\frac{2}{7}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은 $\frac{1}{7}+\frac{2}{7}=\frac{3}{7}$

12 (ⅰ) 갑은 맞히고, 을은 맞히지 못할 확률은

$\frac{3}{4}\times\left(1-\frac{2}{3}\right)=\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{3}{12}$

(ⅱ) 갑은 맞히지 못하고, 을은 맞힐 확률은

$\left(1-\frac{3}{4}\right)\times\frac{2}{3}=\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{12}$

(ⅲ) 갑, 을 모두 맞힐 확률은

$\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{6}{12}$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 구하는 확률은

$\frac{3}{12}+\frac{2}{12}+\frac{6}{12}=\frac{11}{12}$

다른 풀이

(목표물을 맞힐 확률)

$=1-$(두 사람 모두 맞히지 못할 확률)

$=1-\left(1-\frac{3}{4}\right)\times\left(1-\frac{2}{3}\right)$

$=1-\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}=1-\frac{1}{12}=\frac{11}{12}$

13 해피, 구름, 대지 중 최소 한 마리만 사냥에 성공해도 되므로 $1-$(셋 모두 사냥에 실패할 확률)을 구하면 된다.

셋 모두 사냥에 실패할 확률은

$\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$

따라서 사냥에 성공할 확률은 $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

14 1이 대응될 수 있는 값은 4, 5, 6의 3가지이고, 2와 3도 마찬가지이므로 대응되는 총 개수는

$3\times3\times3=27$

일대일로 대응되려면 1이 대응될 수 있는 값은 4, 5, 6의 3가지이고, 2가 대응될 수 있는 값은 1이 대응되지 않은 2가지, 3이 대응될 수 있는 값은 1과 2가 대응되지 않은 1가지이므로 일대일로 대응되는 개수는

$3\times2\times1=6$

따라서 구하는 확률은

$\frac{6}{27}=\frac{2}{9}$

15 한 개의 주사위를 두 번 던질 때, 나올 수 있는 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

$\frac{1}{2}\le\frac{x}{y}\le1$, 즉 $\frac{y}{2}\le x\le y$인 경우는 다음과 같다.

(i) $y=1$일 때, $x=1$의 1가지

(ii) $y=2$일 때, $x=1$, 2의 2가지

(iii) $y=3$일 때, $x=2$, 3의 2가지

(iv) $y=4$일 때, $x=2$, 3, 4의 3가지

(v) $y=5$일 때, $x=3$, 4, 5의 3가지

(vi) $y=6$일 때, $x=3$, 4, 5, 6의 4가지

(i)~(vi)에서 구하는 확률은

$\frac{1+2+2+3+3+4}{36}=\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$

16 만들 수 있는 세 자리의 정수의 개수는

$5\times4\times3=60$

300 이하인 경우는 다음과 같다.

(i) 1□□일 때, $4\times3=12$(가지)

(ii) 2□□일 때, $4\times3=12$(가지)

(i), (ii)에서 300 이하인 수의 개수는

$12+12=24$

따라서 구하는 확률은

$\frac{24}{60}=\frac{2}{5}$

17 7명 중에서 3명의 대표를 뽑는 경우의 수는

$\frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=35$

여자 3명 중에서 3명의 대표를 뽑는 경우의 수는 1이므로

대표로 모두 여자가 뽑힐 확률은 $\frac{1}{35}$이다.

따라서 구하는 확률은

$1-\frac{1}{35}=\frac{34}{35}$

18 (2골 이상 넣을 확률)$=1-$(0골 또는 1골을 넣을 확률)을 구하면 된다.

골을 넣지 못할 확률은 $1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$이므로

4번의 기회 중 0골을 넣을 확률은

$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{81}$

4번의 기회 중 1골을 넣을 확률은

$$\left(\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\right)$$

$=\frac{8}{81}$

따라서 구하는 확률은

$1-\left(\frac{1}{81}+\frac{8}{81}\right)=\frac{8}{9}$

TIP 4번의 기회가 주어질 때, 2골 이상 넣는 경우는 2골, 3골, 4골을 넣는 경우, 즉 세 경우로 나누어 생각해야 한다. 하지만 여사건의 경우 0골, 1골을 넣는 경우, 즉 두 경우로 나누어 생각할 수 있으므로 여사건을 이용하여 확률을 계산하는 것이 편리하다.

19 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나올 수 있는 모든 경우의 수는

$6\times6=36$

① 두 눈의 수의 합이 4 이하가 되는 경우는
(1, 1), / (1, 2), (2, 1), / (1, 3), (2, 2), (3, 1)의 6가지이므로 구하는 확률은
$\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

② 두 눈의 수의 합이 4의 배수가 되는 경우는
(1, 3), (2, 2), (3, 1), / (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2), / (6, 6)의 9가지이므로 구하는 확률은
$\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$

③ 두 눈의 수의 차가 5가 되는 경우는
(1, 6), (6, 1)의 2가지이므로 구하는 확률은
$\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

④ 모두 홀수의 눈이 나올 확률이 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$이므로
적어도 하나의 주사위에서 짝수의 눈이 나올 확률은
$1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

⑤ (i) $y=1$일 때, $x=1$, 2, 3, 4, 5, 6의 6가지
(ii) $y=2$일 때, $x=2$, 4, 6의 3가지
(iii) $y=3$일 때, $x=3$, 6의 2가지
(iv) $y=4$일 때, $x=4$의 1가지
(v) $y=5$일 때, $x=5$의 1가지
(vi) $y=6$일 때, $x=6$의 1가지
(i)~(vi)에서 구하는 확률은

$\frac{6+3+2+1+1+1}{36}=\frac{14}{36}=\frac{7}{18}$

따라서 확률이 가장 큰 것은 ④이다.

20 눈이 내린 날을 ○, 눈이 내리지 않은 날을 ×라 하면 다음과 같다.

(ⅰ) ○○○○인 경우: $\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{64}$

(ⅱ) ○○×○인 경우: $\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{16}$

(ⅲ) ○×○○인 경우: $\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{16}$

(ⅳ) ○××○인 경우: $\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$

(ⅰ)~(ⅳ)에서 구하는 확률은

$\frac{1}{64}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}+\frac{1}{6}=\frac{59}{192}$

21 두 개의 주사위를 동시에 던질 때 나올 수 있는 모든 경우의 수는

$6\times6=36$

두 직선의 교점의 x좌표가 2이므로 y좌표는 $4-a=-2+b$에서

$a+b=6$

따라서 $a+b=6$인 경우는 $(1, 5)$, $(2, 4)$, $(3, 3)$, $(4, 2)$, $(5, 1)$의 5가지이므로 구하는 확률은

$\frac{5}{36}$이다.

22 (승패가 결정될 확률)=1−(같은 눈이 나올 확률)

$=1-\frac{6}{36}$

$=1-\frac{1}{6}$

$=\frac{5}{6}$

23 여자 회원의 수를 x라 하면

회장, 부회장이 모두 여자일 확률은 $\frac{3}{8}$이므로

$\frac{x}{16}\times\frac{x-1}{15}=\frac{3}{8}$

$x(x-1)=90$

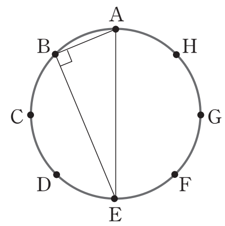
즉, 연속한 두 자연수의 곱이 90이 되려면

두 수는 9, 10이어야 하므로 $x=10$이다.

따라서 여자 회원의 수는 10이다.

24 세 점을 골라 만들 수 있는 삼각형의 개수는

$\frac{8\times7\times6}{3\times2\times1}=56$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$를 빗변으로 하는 직각삼각형은 6개이다.

이와 같이 빗변이 될 수 있는 것은 $\overline{AE}$, $\overline{BF}$, $\overline{CG}$, $\overline{DH}$의 4가지이고, 그 각각에 대하여 6개의 직각삼각형을 만들 수 있으므로 직각삼각형의 개수는

$6\times4=24$

따라서 구하는 확률은 $\frac{24}{56}=\frac{3}{7}$

25 혜진이가 주사위를 던져서 나오는 눈의 수의 합을 s라 하면 s는 2 이상이다.

(ⅰ) $s=2$일 때, $(1, 1)$의 1가지이고, 이때 건엽이가 이기려면 3, 4, 5, 6이 나와야 하므로 그 확률은

$\frac{1}{36}\times\frac{4}{6}=\frac{1}{54}$

(ⅱ) $s=3$일 때, $(1, 2)$, $(2, 1)$의 2가지이고, 이때 건엽이가 이기려면 4, 5, 6이 나와야 하므로 그 확률은

$\frac{2}{36}\times\frac{3}{6}=\frac{1}{36}$

(ⅲ) $s=4$일 때, $(1, 3)$, $(2, 2)$, $(3, 1)$의 3가지이고, 이때 건엽이가 이기려면 5, 6이 나와야 하므로 그 확률은

$\frac{3}{36}\times\frac{2}{6}=\frac{1}{36}$

(ⅳ) $s=5$일 때, $(1, 4)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(4, 1)$의 4가지이고, 이때 건엽이가 이기려면 6이 나와야 하므로 그 확률은

$\frac{4}{36}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{54}$

(ⅴ) $s\geq6$이면 건엽이가 이길 수 없다.

(ⅰ)~(ⅴ)에서 구하는 확률은

$\frac{1}{54}+\frac{1}{36}+\frac{1}{36}+\frac{1}{54}=\frac{5}{54}$

경시에 필요한 도형의 이론

140~142쪽

01 7　　**02** 13

03 (1) 7 : 3　(2) 1 : 1　(3) 5 : 3

04 (1) 3 : 1　(2) 2 : 1　(3) 2 : 1　(4) 1 : 1　　**05** 1 : 4

06 $\frac{1}{3}$　　**07** 2 cm²　　**08** 3 : 2　　**09** 30 cm²

01 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\left|\begin{array}{cccc} 0 & 3 & 4 & 0 \\ -1 & 4 & 1 & -1 \end{array}\right|$

$=\frac{1}{2}|(0+3-4)-(-3+16+0)|$

$=\frac{1}{2}|-1-13|=\frac{1}{2}\times 14=7$

다른 풀이

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\left|\begin{array}{cccc} 3 & 4 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & -1 & 4 \end{array}\right|$ 또는

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\left|\begin{array}{cccc} 4 & 3 & 0 & 4 \\ 1 & 4 & -1 & 1 \end{array}\right|$ 을 이용해도 된다.

02 $\square ABDE=\frac{1}{2}\left|\begin{array}{ccccc} 3 & -1 & 3 & 5 & 3 \\ 5 & 1 & -1 & 3 & 5 \end{array}\right|$

$=\frac{1}{2}|(3+1+9+25)-(-5+3-5+9)|$

$=\frac{1}{2}|38-2|$

$=\frac{1}{2}\times 36=18$

$\triangle BCD=\frac{1}{2}\left|\begin{array}{cccc} -1 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \end{array}\right|$

$=\frac{1}{2}|(-2-2+3)-(2+6+1)|$

$=\frac{1}{2}|-1-9|$

$=\frac{1}{2}\times 10=5$

따라서 구하는 넓이는

$\square ABDE-\triangle BCD=18-5=13$

다른 풀이

한 각만이 오목한 다각형에도 사선식이 적용된다.

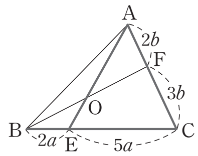
즉, 좌표를 한 방향으로 쓰면 오목오각형의 넓이 S는

$S=\frac{1}{2}\left|\begin{array}{cccccc} 3 & -1 & 2 & 3 & 5 & 3 \\ 5 & 1 & 2 & -1 & 3 & 5 \end{array}\right|$

$=\frac{1}{2}|(3-2-2+9+25)-(-5+2+6-5+9)|$

$=\frac{1}{2}|33-7|=\frac{1}{2}\times 26=13$

03 (1) 오른쪽 그림에서 메네라우스의 정리를 이용하면



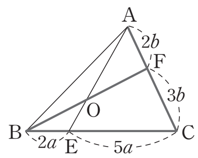
$\frac{\overline{BC}}{\overline{BE}}\times\frac{\overline{OE}}{\overline{AO}}\times\frac{\overline{AF}}{\overline{CF}}=1$이므로

$\frac{7a}{2a}\times\frac{\overline{OE}}{\overline{AO}}\times\frac{2b}{3b}=1$

$3\overline{AO}=7\overline{OE}$

$\therefore \overline{AO}:\overline{OE}=7:3$

(2) 오른쪽 그림에서 메네라우스의 정리를 이용하면



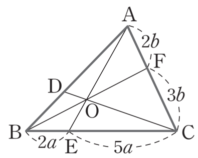
$\frac{\overline{AC}}{\overline{AF}}\times\frac{\overline{OF}}{\overline{BO}}\times\frac{\overline{EB}}{\overline{CE}}=1$이므로

$\frac{5b}{2b}\times\frac{\overline{OF}}{\overline{BO}}\times\frac{2a}{5a}=1$

$\overline{BO}=\overline{OF}$

$\therefore \overline{BO}:\overline{OF}=1:1$

(3) 오른쪽 그림에서 체바 정리를 이용하면



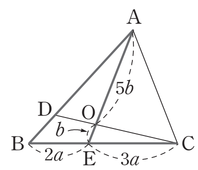
$\frac{\overline{BD}}{\overline{AD}}\times\frac{\overline{CE}}{\overline{BE}}\times\frac{\overline{AF}}{\overline{CF}}=1$이므로

$\frac{\overline{BD}}{\overline{AD}}\times\frac{5a}{2a}\times\frac{2b}{3b}=1$

$3\overline{AD}=5\overline{BD}$

$\therefore \overline{AD}:\overline{DB}=5:3$

4　(1) 오른쪽 그림에서 메네라우스의 정리를 이용하면



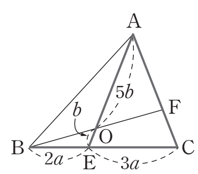
$\frac{\overline{CB}}{\overline{CE}}\times\frac{\overline{OE}}{\overline{AO}}\times\frac{\overline{AD}}{\overline{BD}}=1$이므로

$\frac{5a}{3a}\times\frac{b}{5b}\times\frac{\overline{AD}}{\overline{BD}}=1$

$\overline{AD}=3\overline{BD}$

$\therefore \overline{AD}:\overline{DB}=3:1$

(2) 오른쪽 그림에서 메네라우스의 정리를 이용하면



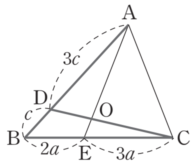
$\frac{\overline{BC}}{\overline{BE}}\times\frac{\overline{OE}}{\overline{AO}}\times\frac{\overline{AF}}{\overline{CF}}=1$이므로

$\frac{5a}{2a}\times\frac{b}{5b}\times\frac{\overline{AF}}{\overline{CF}}=1$

$\overline{AF}=2\overline{CF}$

$\therefore \overline{AF} : \overline{FC} = 2 : 1$

(3) 오른쪽 그림과 (1)의 결과에서 메네라우스의 정리를 이용하면

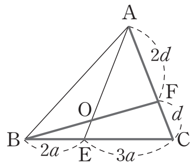


$\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AD}} \times \dfrac{\overline{OD}}{\overline{CO}} \times \dfrac{\overline{EC}}{\overline{BE}} = 1$이므로

$\dfrac{4c}{3c} \times \dfrac{\overline{OD}}{\overline{CO}} \times \dfrac{3a}{2a} = 1$

$\overline{CO} = 2\overline{OD}$ $\quad \therefore \overline{CO} : \overline{OD} = 2 : 1$

(4) 오른쪽 그림과 (2)의 결과에서 메네라우스의 정리를 이용하면

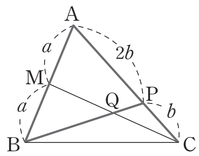


$\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AF}} \times \dfrac{\overline{OF}}{\overline{BO}} \times \dfrac{\overline{EB}}{\overline{CE}} = 1$이므로

$\dfrac{3d}{2d} \times \dfrac{\overline{OF}}{\overline{BO}} \times \dfrac{2a}{3a} = 1$

$\overline{BO} = \overline{OF}$ $\quad \therefore \overline{BO} : \overline{OF} = 1 : 1$

05 오른쪽 그림에서 메네라우스의 정리를 이용하면



$\dfrac{\overline{CA}}{\overline{CP}} \times \dfrac{\overline{PQ}}{\overline{BQ}} \times \dfrac{\overline{BM}}{\overline{AM}} = 1$이므로

$\dfrac{3b}{b} \times \dfrac{\overline{PQ}}{\overline{BQ}} \times \dfrac{a}{a} = 1$

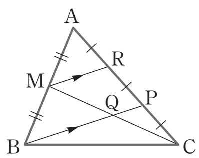
$3\overline{PQ} = \overline{BQ}$

따라서 $\overline{PB} = \overline{BQ} + \overline{PQ} = 3\overline{PQ} + \overline{PQ} = 4\overline{PQ}$이므로

$\overline{PQ} : \overline{PB} = 1 : 4$

다른 풀이

$\overline{AB}$의 중점 M에서 $\overline{BP}$에 평행한 직선을 그어 $\overline{AC}$와 만나는 점을 R라 하면 △ABP에서 삼각형의 중점을 연결한 선분의 성질의 역에 의해



$\overline{AR} = \overline{RP}$

또, $\overline{AP} : \overline{PC} = 2 : 1$이므로

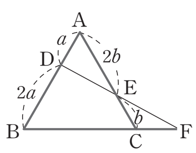
$\overline{AR} = \overline{RP} = \overline{PC}$

△MRC에서 $\overline{MR} = 2\overline{PQ}$

△ABP에서 $\overline{BP} = 2\overline{MR} = 2 \times 2\overline{PQ} = 4\overline{PQ}$

$\therefore \overline{PQ} : \overline{PB} = 1 : 4$

06 오른쪽 그림에서 메네라우스의 정리를 이용하면



$\dfrac{\overline{BF}}{\overline{CF}} \times \dfrac{\overline{EC}}{\overline{AE}} \times \dfrac{\overline{DA}}{\overline{BD}} = 1$이므로

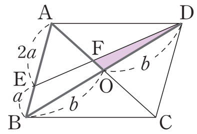
$\dfrac{\overline{BF}}{\overline{CF}} \times \dfrac{b}{2b} \times \dfrac{a}{2a} = 1$

$\therefore \overline{BF} = 4\overline{CF}$

따라서 $\overline{BC} = \overline{BF} - \overline{CF} = 4\overline{CF} - \overline{CF} = 3\overline{CF}$이므로

$\dfrac{\overline{CF}}{\overline{BC}} = \dfrac{1}{3}$

07 △ABD에서 $\overline{AE} : \overline{EB} = 2 : 1$이고 $\overline{BO} : \overline{OD} = 1 : 1$이므로 메네라우스의 정리를 이용하면



$\dfrac{\overline{DB}}{\overline{DO}} \times \dfrac{\overline{FO}}{\overline{AF}} \times \dfrac{\overline{EA}}{\overline{BE}} = 1$이므로

$\dfrac{2b}{b} \times \dfrac{\overline{FO}}{\overline{AF}} \times \dfrac{2a}{a} = 1$

$\overline{AF} = 4\overline{FO}$

$\therefore \overline{AF} : \overline{FO} = 4 : 1$

$\therefore \triangle ODF = \dfrac{1}{5}\triangle OAD = \dfrac{1}{5} \times \dfrac{1}{4}\square ABCD$

$= \dfrac{1}{20}\square ABCD$

$= \dfrac{1}{20} \times 40 = 2(\text{cm}^2)$

08 $\overline{AO} : \overline{OD} = 3 : 2$에서

$\overline{OD} : \overline{AD} = 2 : 5$

$\overline{BO} : \overline{OE} = 4 : 1$에서

$\overline{OE} : \overline{BE} = 1 : 5$

제르곤의 정리를 이용하면

$\dfrac{\overline{OD}}{\overline{AD}} + \dfrac{\overline{OE}}{\overline{BE}} + \dfrac{\overline{OF}}{\overline{CF}} = 1$이므로

$\dfrac{2}{5} + \dfrac{1}{5} + \dfrac{\overline{OF}}{\overline{CF}} = 1$

$\dfrac{\overline{OF}}{\overline{CF}} = 1 - \dfrac{3}{5} = \dfrac{2}{5}$

따라서 $\overline{OF} : \overline{CF} = 2 : 5$이므로

$\overline{CO} : \overline{OF} = 3 : 2$

09 △BOA : △BOD = 2 : 1에서 $\overline{AO} : \overline{OD} = 2 : 1$이고 $\overline{AD} : \overline{OD} = 3 : 1$이다.

또, $\overline{CO} = \overline{OF}$에서 $\overline{CF} : \overline{OF} = 2 : 1$이므로

제르곤의 정리를 이용하면

$\dfrac{\overline{OD}}{\overline{AD}} + \dfrac{\overline{OE}}{\overline{BE}} + \dfrac{\overline{OF}}{\overline{CF}} = \dfrac{1}{3} + \dfrac{\overline{OE}}{\overline{BE}} + \dfrac{1}{2} = 1$

$\dfrac{\overline{OE}}{\overline{BE}} = 1 - \dfrac{5}{6} = \dfrac{1}{6}$

$\overline{OE} : \overline{BE} = 1 : 6$이므로

$\overline{BO} : \overline{OE} = 5 : 1$ $\quad \cdots\cdots$ ㉠

$\triangle OAE = a\ \text{cm}^2$, $\triangle OCE = b\ \text{cm}^2$라 하면

$\triangle OAC = 5\ \text{cm}^2$에서

$a + b = 5$

㉠에서 $\triangle ABO = 5a\ \text{cm}^2$, $\triangle OBC = 5b\ \text{cm}^2$이므로

$\triangle ABC = \triangle ABO + \triangle OBC + \triangle OAC$

$= 5(a+b) + 5$

$= 5 \times 5 + 5$

$= 30(\text{cm}^2)$